

ریاضی مدرسه

- آموزش ساده و روان
- سؤال‌های امتحانی با پاسخ
- سؤال‌های امتحانی بدون پاسخ
- تمرین‌های طبقه‌بندی شده

فهرست مطالب

۶	فصل ۱ - مجموعه‌ها
۷	درس اول: معرفی مجموعه
۱۴	درس دوم: مجموعه‌های برابر و نمایش مجموعه‌ها
۲۸	درس سوم: اجتماع، اشتراک و تفاضل مجموعه‌ها
۴۲	درس چهارم: مجموعه‌ها و احتمال
۵۳	فصل ۲ - عددهای حقیقی
۵۴	درس اول: عددهای گویا
۶۵	درس دوم: عددهای حقیقی
۸۰	درس سوم: قدرمطلق و محاسبه تقریبی
۹۰	فصل ۳ - استدلال و اثبات در هندسه
۹۱	درس اول: استدلال
۹۶	درس دوم: آشنایی با اثبات در هندسه
۱۰۳	درس سوم: هم‌نهشتی مثلث‌ها
۱۱۲	درس چهارم: حل مسئله در هندسه
۱۲۰	درس پنجم: شکل‌های متشابه
۱۲۸	فصل ۴ - توان و ریشه
۱۲۹	درس اول: توان صحیح
۱۴۳	درس دوم: نماد علمی
۱۴۹	درس سوم: ریشه‌گیری
۱۵۹	درس چهارم: جمع و تفریق رادیکال‌ها

فصل ۵ - عبارتهای جبری ۱۷۲

درس اول: عبارتهای جبری و مفهوم اتحاد ۱۷۳

درس دوم: چند اتحاد دیگر، تجزیه و کاربردها ۱۹۳

درس سوم: نابرابریها و نامعادلهها ۲۰۴

فصل ۶ - خط و معادلههای خطی ۲۱۸

درس اول: معادله خط ۲۱۹

درس دوم: شیب خط و عرض از مبدأ ۲۳۲

درس سوم: دستگاه معادلههای خطی ۲۵۶

فصل ۷ - عبارتهای گویا ۲۶۶

درس اول: معرفی و ساده کردن عبارتهای گویا ۲۶۷

درس دوم: محاسبات عبارتهای گویا ۲۷۸

درس سوم: تقسیم چندجمله‌ایها ۲۹۲

فصل ۸ - حجم و مساحت ۳۰۴

درس اول: حجم و مساحت کره ۳۰۵

درس دوم: حجم هرم و مخروط ۳۱۴

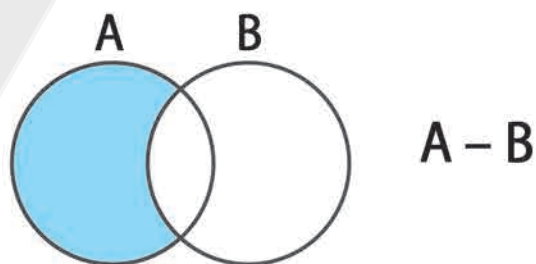
درس سوم: سطح و حجم ۳۲۴

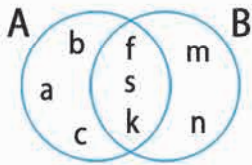
۱

فصل

مجموعه‌ها

- معرفی مجموعه
- مجموعه‌های برابر و نمایش مجموعه‌ها
- اجتماع، اشتراک و تفاضل مجموعه‌ها
- مجموعه‌ها و احتمال





$$A = \{a, b, c, f, s, k\}$$

$$B = \{m, n, f, s, k\}$$

آموزش

اسامی دانش آموزان کلاس نهم «ب» به صورت زیر است:

«مریم، سمیه، آمنه، هاجر، سمانه، رایعه، مرضیه، وفا، فاطمه، زهرا، آوا، حدیثه، زینب، هلیا، سیما، یلدا»

مری پرورشی گروهی را برای اجرای تئاتر مدرسه انتخاب کرد که اسامی آنها عبارت است از: «مریم، سمیه، آمنه، هاجر و سمانه»

اسامی گروه تئاتر را داخل دو آکلاذ قرار می دهیم و آن را با حرف T نام گذاری می کنیم. {سمانه، هاجر، آمنه، سمیه، مریم} T در این صورت مجموعه گروه تئاتر مدرسه را تشکیل داده ایم که گروهی از دانش آموزان مشخص و متمایز (غیر تکراری) هستند.

معرفی مجموعه

تعریف: در ریاضی از واژه مجموعه «برای نشان دادن دسته یا گروهی از اشیاء مشخص و متمایز (غیر تکراری) استفاده می شود.»

در یک مجموعه عضویت اشیاء باید کاملاً مشخص باشد.

مثال ۱: برای هریک از عبارت های زیر در صورت امکان یک مجموعه تشکیل دهید.

(الف) چهار سینمای معروف: نمی توان یک مجموعه تشکیل داد، زیرا اعضای مجموعه مشخص نیستند.

(ب) اعداد اول کوچک تر از ۱۰: می توان یک مجموعه تشکیل داد زیرا اعضای مجموعه مشخص است و عبارت اند از: {۲ و ۳ و ۵ و ۷}

(پ) حروف سه نقطه الفبای فارسی: می توان یک مجموعه تشکیل داد و اعضای آن عبارت اند از: {پ، ژ، چ، ث، ش}

(ت) سه حرف الفبای انگلیسی: نمی توان یک مجموعه تشکیل داد.

(ث) اعداد طبیعی بزرگ تر از ۱۰۰۰۰۰: می توان مجموعه تشکیل داد: {۱۰۰۰۰۰۱ و ۱۰۰۰۰۰۲ و ۱۰۰۰۰۰۳ و ...}

مثال ۲: آیا نحوه نوشتن مجموعه {۵- و ۱ و ۷ و ۵- و ۳} صحیح است؟ چرا؟

پاسخ: خیر، زیرا اعضای هر مجموعه باید متمایز باشند، در صورتی که ۵- دو بار تکرار شده است. پس به صورت {۷ و ۳ و ۱ و ۵-} B صحیح است.

اعضای یک مجموعه را داخل دو آکولاد { } قرار می دهند.

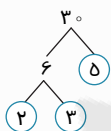
مجموعه را با حروف بزرگ انگلیسی (A، B، C و ...) نام گذاری می کنند.

اعضای مجموعه را معمولاً با علامت «،» یا «،» از یکدیگر جدا می کنند.

در نوشتن اعضای یک مجموعه، جابه جایی اعضا مهم نیست.

مثال ۳: مجموعه شمارنده های اول عدد ۳۰ را بنویسید.

پاسخ: {۲ و ۵ و ۳} یا {۳ و ۵ و ۲} یا {۵ و ۳ و ۲} همه صحیح هستند.



عضویت و عدم عضویت

در مثالی که داشتیم به هریک از دانش آموزان گروه تئاتر یک عضو مجموعه T می گویند. بنابراین مجموعه T، ۵ عضو دارد. برای آنکه نشان دهیم

هاجر عضو مجموعه T است، می بایست از نماد « $\in$ » هاجر استفاده کنیم و می خوانیم: «هاجر متعلق است به مجموعه T» یا «هاجر عضو مجموعه T است.»

وفا عضو مجموعه T نیست. این مطلب را به صورت « $\notin$ T» نمایش می دهیم و می خوانیم «وفا متعلق به مجموعه T نیست.» یا «وفا

عضو مجموعه T نیست.» بنابراین $\in$ را علامت عضویت و $\notin$ را علامت عدم عضویت می گویند.

مثال ۱: الف مجموعه اعداد طبیعی کوچکتر از ۶ را به صورت یک مجموعه نوشته و آن را A بنامید.

پاسخ: $A = \{۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵\}$

(ب) عبارت‌های زیر را به زبان ریاضی بنویسید. (با علامت $\in$ یا $\notin$)

(۱) عدد ۲ عضو مجموعه A است: $۲ \in A$ (۲) عدد ۶ عضو مجموعه A نیست: $۶ \notin A$

مثال ۲: اگر $F = \{۹ و ... و -۷ و -۸ و -۹\}$ باشد، درستی یا نادرستی عبارت‌ها را مشخص کنید.

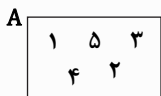
درست $-۵ \in F \rightarrow$ (پ) درست $۰ \in F \rightarrow$ (ب) نادرست $۵ \notin F \rightarrow$ (الف)

نمایش مجموعه‌ها با استفاده از نمودار ون

گاهی اوقات اعضای مجموعه را داخل یک منحنی بسته یا خط شکسته قرار می‌دهند که به این نوع نمایش مجموعه‌ها، نمودار ون می‌گویند.

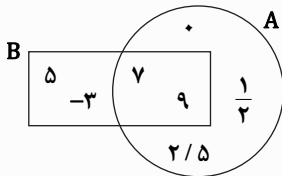
مثال ۱: باتوجه به مثال (۱) در بالا مجموعه A را با نمودار ون نشان دهید.

پاسخ:



مثال ۲: باتوجه به نمودار ون اعضای مجموعه‌های A و B را مشخص نمایید.

پاسخ: $B = \{۹ و ۷ و ۵ و -۳\}$ و $A = \{۰ و \frac{1}{۲} و ۲/۵ و ۷ و ۹\}$



مجموعه تهی

تعریف: مجموعه‌ای که هیچ عضوی ندارد را مجموعه تهی می‌نامند و به صورت $\emptyset$ یا $\{\}$ نمایش می‌دهند. علامت $\emptyset$ یکی از حروف یونانی است که به آن فی می‌گویند.

مثال ۱: مجموعه اعداد طبیعی کوچکتر از یک را نشان دهید.

پاسخ: $\{\}$ یا $\emptyset$

مثال ۲: کدام یک از عبارت‌های زیر یک مجموعه تهی است؟

(الف) مجموعه اعداد طبیعی بین -۳ و -۴ (ب) مجموعه ضرب‌های عدد ۷ که اول هستند. (پ) مجموعه حروف چهار نقطه الفبای فارسی

پاسخ: قسمت (الف) و (پ) یک مجموعه تهی هستند.

سؤال‌های امتحانی

با پاسخ

۱- جمله‌های درست را با «✓» و جمله‌های نادرست را با «x» مشخص کنید.

☐ الف، $\{\emptyset\} = \emptyset$

☐ ب، مجموعه $\{\emptyset\}$ با مجموعه $\{\}$ برابر است.

☐ پ، عبارت «نویسندگان معروف» یک مجموعه را بیان می‌کند.

☐ ت، مجموعه شماره‌های اول عدد یک، یک مجموعه یک عضوی است.

☐ ث، مجموعه «مجدورهای کامل بین ۵۰ و ۶۰» یک مجموعه تهی را مشخص می‌کند.

☐ ج، مجموعه $E = \{۱ و -۱ و \frac{1}{۲}\}$ با مجموعه $F = \{b و -۱ و \frac{1}{۲}\}$ برابر است.

☐ چ، واژه مجموعه در ریاضی برای بیان و نمایش دسته‌ای از اشیاء مشخص و متمایز به کار می‌رود.

۲- هریک از جمله‌های زیر را با يك عدد یا كلمه مناسب کامل کنید.

الف) مجموعه $\{۸ و ۲۳ و ۱\}$ دارای عضو است.

ب) مجموعه $\{۰ و ۱ و ۲ و ۳ و \dots\}$ دارای $B = \{۰ و ۱ و ۲ و ۳ و \dots\}$ عضو است.

پ) اگر در مجموعه‌ای عضوی وجود نداشته باشد، آن را مجموعه می‌نامیم.

ت) مجموعه اعداد اول زوج دارای عضو است و آن را مجموعه می‌نامند.

ث) به دلیل تکراری بودن عضو m در مجموعه $\{m و -۱ و ۲ و p و m\}$ ، $A = \{m و -۱ و ۲ و p و m\}$ آن را به صورت می‌نویسیم.

ج) عبارت «اسامی دانش‌آموزان مدرسه شما» یک مجموعه را نشان زیرا عضوهای مجموعه مشخص می‌نامند.

۳- برای کداميك از گزینه‌ها می‌توان يك مجموعه تشکیل داد؟

☐ الف) پنج گل قرمز رنگ ☐ ب) انسان‌های برگزیده ☐ ج) دانش‌آموزان باهوش ☐ د) اسامی روزهای هفته

۴- کداميك از مجموعه‌های زیر، يك مجموعه تهی نیست؟

☐ الف) اعداد طبیعی بین $-۵ و ۲+$ ☐ ب) مضرب‌های اول عدد ۴

☐ ج) اعداد اول بین $۲ و -۲$ ☐ د) اعداد طبیعی بین $۱۷ و ۲۵$ که مجذور کامل هستند.

۵- مجموعه اعداد صحیح و منفی بزرگتر از -۷ عبارت است از:

☐ الف) $\{۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و \dots\}$ ☐ ب) $\{-۱ و -۲ و -۳ و -۴ و -۵ و -۶ و \dots\}$

☐ ج) $\{۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و \dots\}$ ☐ د) $\{-۱ و -۲ و -۳ و -۴ و -۵ و -۶ و -۷ و -۸ و -۹ و -۱۰ و -۱۱ و -۱۲ و \dots\}$

۶- مجموعه $\{۰ و -۱ و -۲ و -۳\}$ متناظر با کدام عبارت است؟

☐ الف) اعداد صحیح بین صفر و -۳

☐ ب) قرینه اعداد حسابی کوچکتر از ۴

☐ ج) قرینه اعداد اول کوچکتر از ۴

☐ د) شمارنده‌های عدد ۶

۷- مجموعه حروف كلمه «books» دارای چند عضو است؟

۸- اگر مجموعه اعداد حسابی کوچکتر از -۱ را G بنامیم این مجموعه چند عضو دارد؟

۹- مجموعه اعداد صحیح و منفی بزرگتر از -۴ را با اعضا بنویسید. این مجموعه چند عضو دارد؟ بزرگترین عضو این مجموعه را مشخص کنید.

۱۰- الف) مجموعه S چند عضو دارد؟
 $S = \{-۴ و ۵ و ۳ و \sqrt{\frac{۲۵ \times ۶۴}{۱۰۰}} و \frac{۱۵}{۳} و -۱\}$

ب) جاهای خالی را با علامت مناسب کامل کنید. ($\in$ یا $\notin$)

۱) $-۵ \in S$ ☐ ۲) $۳ \in S$ ☐ ۳) $۱ \in S$ ☐ ۴) $-(-۴) \in S$ ☐ ۵) $۸-۹ \in S$ ☐

۱۱- مجموعه حروف كلمه «محمد مهدی» دارای چند عضو است؟

۱۲- از مجموعه‌های مقابل کداميك باهم مساوی‌اند؟
 $A = \{ \}$ و $B = \{۰\}$ و $C = \emptyset$ و $D = \{\emptyset\}$

۱۳- بزرگترین و کوچکترین عضو هر مجموعه را مشخص کنید.

$A = \{۰ و \dots و ۶ و ۷ و ۸\}$ $B = \{۳/۱ و ۳ و ۲/۹ و ۲/۸\}$

$C = \{-\frac{۱}{۱۰} و \dots و -\frac{۱}{۷} و -\frac{۱}{۶} و -\frac{۱}{۵}\}$ $D = \{\dots و \frac{۲}{۳} و \frac{۱}{۳} و ۰ و -\frac{۱}{۳} و -\frac{۲}{۳} و \dots\}$

۱۴- برای هریک از عبارت‌های زیر در صورت امکان يك مجموعه تشکیل دهید.

الف) اسامی دانش‌آموزان کلاس شما ☐ ب) حروف الفبای فارسی که سه نقطه دارند. ☐ پ) اسامی هفت دختر

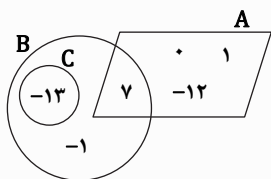
ت) سه رنگ زیبا ☐ ث) دو کتاب معروف زبان فارسی ☐ ج) اسامی دریاها و مجاور ایران

۱۵- الف) مجموعه اعداد زوج بین $۱۰۰ و ۵۰$ که مضرب ۵ هستند را نوشته و B بنامید.

ب) درستی یا نادرستی رابطه‌های زیر را مشخص کنید.

۱) $۶۶ \in B$ ☐ ۲) $۷۵ \notin B$ ☐ ۳) $۹۰ \in B$ ☐ ۴) $۱۰۰ \notin B$ ☐

۱۶- باتوجه به نمودار ون، درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.



الف) $7 \in A$ ☐

ب) $-13 \notin B$ ☐

پ) $7 \notin C$ ☐

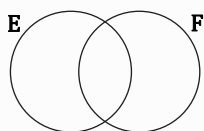
ت) $-1 \in A$ ☐

ث) $1 \in C$ ☐

ج) $7 \in B$ ☐

۱۷- اگر $A = \{-3, 1, 3, 6, 14\}$ و $B = \{1, 3, 14\}$ باشند، مجموعه‌های A و B را با عضوهایشان با یک نمودار «ون» نمایش دهید.

۱۸- باتوجه به داده‌های زیر در مورد دو مجموعه E و F نمودار مقابل را کامل کنید.



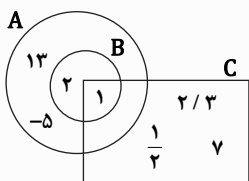
الف) عدد -۷ فقط عضو E است.

ب) عدد +۴ فقط عضو F است.

پ) عدد ۱۹ هم عضو E و هم عضو F است.

ت) عدد صفر عضو E است ولی عضو F نیست.

۱۹- باتوجه به نمودار ون، هر مجموعه را با عضوهایش مشخص کنید.

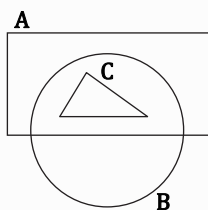


$A = \{ \dots \}$

$B = \{ \dots \}$

$C = \{ \dots \}$

۲۰- باتوجه به مجموعه‌های A، B و C نمودار روبه‌رو را کامل کنید.



$A = \{-5, -1, 0, 3, 11, 19\}$

$B = \{-1, 0, 1, 3, 15, 19\}$

$C = \{-1, 19\}$

۲۱- کدامیک از عبارتهای زیر مشخص‌کننده یک مجموعه است؟ با نمودار ون نشان دهید.

پ) جواب معادله $3x - 1 = -5$

الف) عددهای صحیح منفی بزرگتر از -۱۲

ب) شمارنده‌های اول عدد ۲۷

ج) دو شمارنده مرکب عدد ۱۰۰

ث) جواب معادله $12 = 4 - x$

ت) عددهای مثبت کوچکتر از صفر

۲۲- هر مجموعه در قسمت A را به مجموعه مناسب آن در قسمت B وصل کنید.

B	A
$\{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$	مجموعه اعداد فرد اول
$\{3, 5, 7\}$	$\{19\}$
شمارنده‌های عدد ۳۰	$\{0\}$
$\{3, 5, 7, 11, \dots\}$	$\{3, 5, 10, 15, 6, 5, 3, 2, 1\}$
اعداد صحیح بین ۰ و -۱	مجموعه اعداد فرد
مضارب اول عدد ۱۹	$\{ \}$
مجموعه اعداد حسابی کوچکتر از یک	مجموعه سه عدد فرد متوالی یا میانگین ۵

۲۳- مقدار a را چنان تعیین کنید که مجموعه $F = \{-5, a\}$ دارای یک عضو باشد.

۲۴- مقدارهای x و y را چنان تعیین کنید که مجموعه $E = \{7, x, 2y - 3\}$ دارای یک عضو باشد.

۲۵- آیا مجموعه اعداد اول بین ۵۳ و ۵۹ یک مجموعه تهی است؟ چرا؟

۲۶- مقدارهای a و b را چنان تعیین کنید که مجموعه $F = \{3a - 2, 5a + 4, 2a - b\}$ یک عضو باشد.

۲۷- الف) يك عبارت بنویسید كه نشان دهنده مجموعه تهی باشد.
ب) يك عبارت بنویسید كه نشان دهنده مجموعه تك‌عضوی باشد.

۲۸- مجموعه‌های زیر را با اعضایشان مشخص کنید.

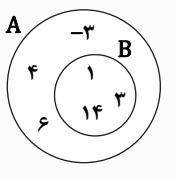
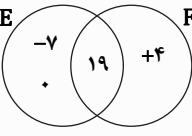
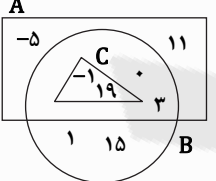
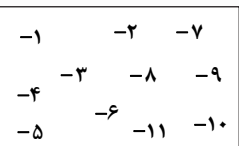
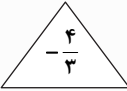
الف) مجموعه اعداد حسابی کوچک‌تر از ۵

پ) مجموعه اعداد طبیعی زوج کوچک‌تر از ۱۰۰

ب) مجموعه شمارنده‌های اول عدد ۵۶

ت) مجموعه چهار عدد اول متوالی با شروع از ۱۳

پاسخ سؤال‌های امتحانی

۱- الف) $\emptyset$ مجموعه تهی است ولی $\{\emptyset\}$ دارای یک عضو $\emptyset$ است.	ب) $\{0\}$ دارای یک عضو صفر است ولی $\{ \}$ مجموعه تهی است.
پ) $\times$ زیرا اعضای آن مشخص نیست.	ت) $\times$ عدد یک شمارنده اول ندارد، پس مجموعه شمارنده‌های اول عدد یک، مجموعه تهی است.
ث) $\checkmark$ زیرا بین 5° و 6° هیچ مجذور کاملی قرار ندارد.	ج) $\checkmark$ $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ پس $\frac{1}{2}$ و b و -1 و $E = F = \{ \}$
۲- الف) دو	ب) بی‌شمار
پ) تهی	ت) یک، تک‌عضوی
ج) می‌دهد، است.	ث) $A = \{m \text{ و } p \text{ و } 2 \text{ و } -1\}$
۳- د عضوهای مجموعه‌های الف، ب و ج مشخص نیستند.	۴- الف
۷- دارای چهار عضو است. $\{b \text{ و } o \text{ و } k \text{ و } s\}$	۸- این مجموعه هیچ عضوی ندارد، زیرا:
۹- این مجموعه سه عضو دارد و بزرگ‌ترین عضو آن -1 است.	$\{-1 \text{ و } -2 \text{ و } -3\}$ = اعداد صحیح و منفی بزرگ‌تر از -4
۱۰- الف) مجموعه S ، پنج عضو دارد.	$S = \{-1 \text{ و } 5 \text{ و } 4 \text{ و } 3 \text{ و } -4\}$ و $\frac{15}{3} = 5$ و $\sqrt{\frac{25 \times 64}{100}} = \frac{\sqrt{25} \times \sqrt{64}}{\sqrt{100}} = \frac{5 \times 8}{10} = \frac{40}{10} = 4$
ب) ۱) $-5 \notin S$	۲) $3 \in S$
۳) $1 \notin S$	۴) $-\frac{4}{-4} \in S$
۵) $\frac{-1}{1-9} \in S$	
۱۱- پنج عضو دارد.	ی و ۵ و ۰ و د و ح و م = مجموعه حروف کلمه «محمد مهدی»
۱۳- A ← بزرگ‌ترین عضو: ۸ و کوچک‌ترین عضو: صفر	B ← بزرگ‌ترین عضو: مشخص نیست. و کوچک‌ترین عضو: $2/8$
C ← بزرگ‌ترین عضو: $-\frac{1}{10}$ و کوچک‌ترین عضو: $-\frac{1}{5}$	D ← بزرگ‌ترین عضو: مشخص نیست. و کوچک‌ترین عضو: مشخص نیست.
۱۴- الف) می‌توان مجموعه تشکیل داد.	ب) $\{ش \text{ و } ژ \text{ و } چ \text{ و } ث \text{ و } پ\}$ = حروف الفبای فارسی که سه نقطه دارند.
پ) نمی‌توان مجموعه تشکیل داد، زیرا اعضای آن مشخص نیست.	ت) نمی‌توان مجموعه تشکیل داد، زیرا اعضای آن مشخص نیست.
ث) نمی‌توان مجموعه تشکیل داد.	ج) $\{\text{دریای عمان و خلیج فارس و دریای خزر}\}$ = دریاهای مجاور ایران
۱۵- الف) اعداد زوج مضرب ۵ یعنی اعدادی که بر ۱۰ بخش‌پذیرند. $B = \{60 \text{ و } 70 \text{ و } 80 \text{ و } 90\}$	ب) ۴) $\checkmark$ ۳) $\checkmark$ ۲) $\checkmark$ ۱) $\times$
۱۶- الف) $\checkmark$	ب) $\times$ پ) $\checkmark$ ت) $\times$ ث) $\times$ ج) $\checkmark$
۱۷- 	۱۸- 
۱۹- $A = \{-5 \text{ و } 13 \text{ و } 1 \text{ و } 2\}$ $B = \{1 \text{ و } 2\}$ $C = \{1 \text{ و } 2/3 \text{ و } 1/2 \text{ و } 7\}$	۲۰- 
۲۱- الف) 	ب) 
پ) 	ت) 
ث) 	ج) نمی‌توان مجموعه مشخص کرد.

۲۲-

B	A
$\{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$ $\{3, 5, 7\}$ شمارنده‌های عدد ۳۰ $\{3, 5, 7, 11, \dots\}$ اعداد صحیح بین ۰ و ۱- مضارب اول عدد ۱۹ مجموعه اعداد حسابی کوچک‌تر از یک	مجموعه اعداد فرد اول $\{19\}$ $\{0\}$ $\{3, 5, 7, 11, 13, 15, 17, 19, \dots\}$ مجموعه اعداد فرد $\{ \}$ مجموعه سه عدد فرد متوالی با میانگین ۵

۲۳- برای اینکه مجموعه دارای یک عضو باشد، باید $a = -5$ شود.

۲۴- برای اینکه مجموعه دارای یک عضو باشد، باید $x = 7$ و $y = 5$ باشد، پس: $xy - 3 = 7$

۲۵- بله، زیرا بین ۵۳ و ۵۹ همه اعداد مرکب هستند و هیچ عدد اولی وجود ندارد.

۲۶- برای اینکه این مجموعه یک‌عضوی باشد، باید همه اعضا با هم برابر باشند، پس: $a = \frac{6}{-3} = -3$
و همچنین $2a - b = 3a - 2$ و چون $a = -3$ است، پس:
 $2 \times (-3) - b = 3 \times (-3) - 2 \Rightarrow -6 - b = -9 - 2 \Rightarrow -6 - b = -11$
بنابراین $a = -3$ و $b = +5$ است.

۲۷- الف) مجموعه اعداد اول کوچک‌تر از یک (ب) مجموعه اعداد بین ۲۰ تا ۳۰ که جذر کامل دارند. $\{25\}$

۲۸- الف) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ (ب) $\{2, 7\}$ (پ) $\{98, 96, \dots, 8, 6, 4, 2\}$ (ت) $\{13, 17, 19, 23\}$

سؤال‌های امتحانی بدون پاسخ

۱- جمله‌های درست را با «✓» و جمله‌های نادرست را با «✗» مشخص کنید.

- ☐ الف) مجموعه $\{ \}$ ، مجموعه تهی است. (هرمزگان، خرداد ۹۵)
- ☐ ب) مجموعه $\{0\}$ ، یک مجموعه تهی است. (فارس، خرداد ۹۵)
- ☐ پ) تساوی $\{ \} = \emptyset$ صحیح است. (آذربایجان شرقی، خرداد ۹۶)
- ☐ ت) مجموعه اعداد صحیح بین ۴- و ۳- تهی است. (خراسان جنوبی، خرداد ۹۶)
- ☐ ث) مجموعه $\{ \}$ با مجموعه $\{ \}$ برابر است. (مازندران - نوبت عصر، خرداد ۹۶)
- ☐ ج) شمارنده‌های اول عدد ۱۰ یک مجموعه را مشخص می‌کند. (قزوین، خرداد ۹۵)
- ☐ چ) مجموعه عددهای اول زوج، یک مجموعه تهی است. (همدان - نوبت عصر، خرداد ۹۶)
- ☐ ح) عبارت «چهار عدد فرد متوالی» یک مجموعه را مشخص می‌کند. (تهران، خرداد ۹۵)
- ☐ خ) در نمایش مجموعه‌ها ترتیب نوشتن عضوهای مجموعه مهم نیست. (کرمانشاه، خرداد ۹۶)
- ☐ د) عبارت «چهار میوه خوشمزه» مشخص‌کننده یک مجموعه است. (لرستان - نوبت صبح، خرداد ۹۵)
- ☐ ذ) عبارت «سه شاعر ایرانی» یک مجموعه را مشخص می‌کند. (خراسان رضوی - نوبت عصر، خرداد ۹۶)
- ☐ ر) عبارت «عددهای بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ » یک مجموعه تهی را مشخص می‌کند. (البرز - نوبت صبح، خرداد ۹۵)
- ☐ ز) عبارت «دو عدد طبیعی کوچک‌تر از ۵» یک مجموعه را مشخص می‌کند. (خراسان رضوی - نوبت صبح، خرداد ۹۶)

۲- هریک از جمله‌های زیر را با عدد، کلمه یا عبارت مناسب کامل کنید.

- الف) مجموعه $\{1, 2^3, 8\}$ دارای عضو است. (خراسان شمالی، خرداد ۹۵)
- ب) مجموعه $\{0, \emptyset\}$ دارای عضو می‌باشد. (البرز - نوبت صبح، خرداد ۹۶)
- پ) «بیان و نمایش دسته‌ای از اشیاء مشخص و متمایز» برای واژه استفاده می‌شود.
- ت) مجموعه $A = \{-3\}$ فقط عضو دارد و آن را مجموعه عضوی می‌نامند.
- ث) اگر در مجموعه‌ای عضوی وجود نداشته باشد، آن را مجموعه می‌نامیم. (کردستان، خرداد ۹۵)
- ج) به دلیل تکراری بودن عدد در $A = \{10, 15, 10, 13\}$ آن را به صورت می‌نویسیم.

۳- کدامیک از عبارت‌های زیر، معرف مجموعه تهی است؟ (قم - نوبت صبح، خرداد ۹۶)

- ☐ الف) اعداد اول یک‌رقمی ☐ ب) $\{ \}$ ☐ ج) مضرب‌های اول عدد ۵ ☐ د) اعداد طبیعی بین ۱- و ۱

۴- کدام يك از عبارتهای زیر مجموعه تهی را مشخص می‌کند؟ (تهران، خرداد ۹۵)

- ☐ الف) عددهای صحیح بین ۲ و ۲-
☐ ب) شمارنده‌های اول عدد ۷
☐ ج) عددهای طبیعی بین ۵ و ۶
☐ د) عددهای منفی و بزرگتر از ۳-

۵- کدام يك از گزینه‌های زیر يك مجموعه را مشخص می‌کند؟ (خراسان شمالی، خرداد ۹۵)

- ☐ الف) سه شمارنده زوج عدد ۴۰
☐ ب) پرندگان زیبا
☐ ج) شش عدد اول
☐ د) اعداد طبیعی کوچکتر از يك

۶- کدام يك از عبارتهای زیر، يك مجموعه را مشخص می‌کند؟ (قم، خرداد ۹۵)

- ☐ الف) سه عدد زوج متوالی
☐ ب) سه شهر زیبای ایران
☐ ج) اعداد صحیح منفی بزرگتر از ۱-
☐ د) چهار عدد کوچک

۷- آیا عبارت «عددهای اول يک‌رقمی» يك مجموعه را مشخص می‌کند؟ (قزوین - نوبت صبح، خرداد ۹۶)

۸- به جای x عددی قرار دهید که مجموعه $\{x \text{ و } -3\}$ دارای يك عضو باشد. (همدان - نوبت صبح، خرداد ۹۶)

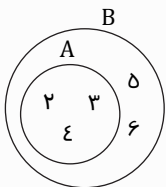
۹- متناظر با هر مجموعه يك عبارت فارسی بنویسید.

$$A = \{ \}$$

$$B = \{ \circ \}$$

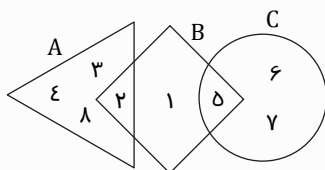
$$C = \emptyset$$

$$D = \{ \emptyset \}$$



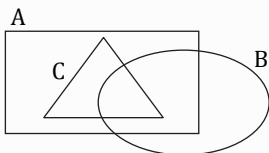
۱- باتوجه به نمودار و متناظر عبارتهای زیر را مشخص کنید.

- الف) $2 \in A$ ب) $2 \in B$ پ) $5 \in A$
 ت) $5 \notin B$ ث) $6 \notin A$ ج) $4 \in B$



۲- باتوجه به نمودار و متناظر، هر مجموعه را با عضوهایش مشخص کنید.

$$A = \{ \dots \} \quad \text{و} \quad B = \{ \dots \} \quad \text{و} \quad C = \{ \dots \}$$



۳- باتوجه به مجموعه‌های A ، B و C نمودار و متناظر را کامل کنید.

$$A = \{ -2 \text{ و } 3 \text{ و } 5 \text{ و } 8 \} \quad \text{و} \quad B = \{ -2 \text{ و } 3 \text{ و } 5 \text{ و } 10 \} \quad \text{و} \quad C = \{ -2 \text{ و } 3 \}$$

۴- برای هريك از عبارتهای زیر در صورت امکان يك مجموعه تشکیل دهید.

- الف) پنج گل خوشبو ب) سه کوه مرتفع پ) اسامی ماههای سال
 ت) پنج حرف اول الفبای فارسی ث) تعدادی از رودها ج) کتابهای درسی سال نهم

۵- مجموعه حروف کلمه «عرفان» دارای چند عضو است؟

۶- برای هريك از عبارتهای زیر در صورت امکان يك مجموعه تشکیل دهید.

- الف) چهار عدد زوج متوالی ب) اسامی روزهای هفته پ) شمارنده‌های اول عدد ۳۰
 ت) چهار والیبالیست معروف ث) جواب معادله $3x - 1 = 5$ ج) جوابهای معادله $x^2 = -6$

۷- مانند نمونه کامل کنید.

☐ {۲}	۱) مجموعه ضرب‌های عدد ۴ که از ۴۵ کوچکتر هستند.
☐ {۴}	۲) مجموعه اعداد صحیح بین ۶- و ۵-
☐ {۴۴ و ... و ۱۶ و ۱۲ و ۸ و ۴}	۳) {۵}
☐ مجموعه اعداد اول مضرب ۵	۴) {۱۴ و ۲۱ و ۲۸ و ۳۵ و ۴۲ و ... و ۷۷ و ۸۴}
☐ { }	۵) مجموعه اعداد زوج اول

$$E = \{2k \mid k \in \mathbb{N}\} = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$$

$$O = \{2k-1 \mid k \in \mathbb{N}\} = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$$

آموزش

دو مجموعه برابر

مجموعه A شامل اعداد طبیعی و دو رقمی زوج کوچک‌تر از ۲۰ است.

مجموعه B شامل مضرب‌های عدد ۲ بین ۹ و ۱۹ است.

الف) هر یک از مجموعه‌های A و B چند عضو دارد؟ پاسخ: مجموعه A شامل ۵ عضو و مجموعه B شامل ۵ عضو است.

ب) آیا هر عضو A در مجموعه B است؟ پاسخ: بله

پ) آیا هر عضو B در مجموعه A است؟ پاسخ: بله

تعریف: اگر تعداد اعضای دو مجموعه A و B یکسان باشند و هر عضو A ، عضوی از B و هر عضو B ، عضوی از A باشد، در این صورت دو مجموعه A و B برابر هستند و می‌نویسیم: $A = B$

مثال ۱: اگر {سه عدد فرد متوالی که میانگین آنها برابر با ۵ باشد} C و {اعداد اول بین ۲ و ۸} D باشند، آیا مجموعه C و D باهم مساوی هستند؟

پاسخ: $C = \{3, 5, 7\}$ و $D = \{2, 3, 5, 7\}$

مجموعه‌های C و D شامل ۳ عضو هستند و هر عضو C عضوی از D و هر عضو D ، عضوی از C است. پس $C = D$ است.

مثال ۲: در مجموعه‌های زیر جاهای خالی را طوری کامل کنید که دو مجموعه برابر باشند.

پاسخ: ۱۷ عضو مجموعه سمت راست و ۶ عضو مجموعه سمت چپ است. $\left\{ \frac{\sqrt{121}}{11} \text{ و } 5\frac{5}{8} \right\}$ و $\dots$ و -4 و $\left\{ \frac{7}{2} \text{ و } \frac{-2^4}{2^2} \right\}$ و $\dots$ و 1 و $3/5$ و 17

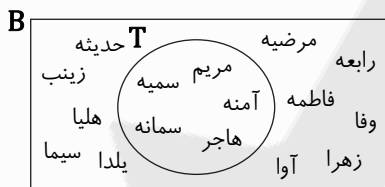
مثال ۳: اگر مجموعه A شامل شمارنده‌های طبیعی عدد ۶ و مجموعه B شامل اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۷ باشند، آیا $A = B$ است؟ چرا؟

پاسخ: خیر، زیرا $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ و $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ است. عددهای ۴ و ۵ عضو B هستند، ولی در A نیستند.

اگر عضوی در A باشد که در B نباشد، یا عضوی در B باشد که در A نباشد، در این صورت مجموعه‌های A و B باهم برابر نیستند و می‌نویسیم: $A \neq B$

زیر مجموعه

اگر در مثال درس اول مجموعه دانش‌آموزان کلاس نهم «ب» را با B و دانش‌آموزان گروه تئاتر را با T نشان دهیم، می‌توانیم نمودار ون این دو مجموعه را به صورت مقابل نشان دهیم.



باتوجه به نمودار مقابل هر عضو T (گروه تئاتر) عضوی از B (کلاس نهم ب) است. پس می‌توان گفت که مجموعه T زیرمجموعه مجموعه B است.

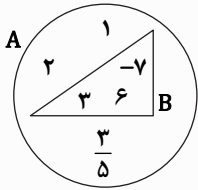
تعریف: اگر A و B دو مجموعه باشند و همه اعضای مجموعه A عضو مجموعه B باشند، در این صورت A زیرمجموعه B است و می‌نویسیم: $A \subseteq B$

مثال ۱: $\{\text{دانش‌آموزان مدرسه شما}\} \subseteq \{\text{دانش‌آموزان کلاس شما}\}$ (الف)

(ب) $\{\text{چهارضلعی‌ها}\} \subseteq \{\text{مربع‌ها}\}$

(پ) $\{\text{اعداد اول}\} \subseteq \mathbb{N}$ (مجموعه اعداد طبیعی است)

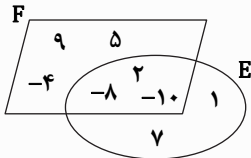
مثال ۲: باتوجه به نمودار زیر مجموعه‌های A و B را با اعضا مشخص کنید و تحقیق کنید که آیا $B \subseteq A$ برقرار است یا خیر؟



پاسخ: $B = \{-7, 6, 3\}$ و $A = \{1, 2, 3, 5, -7\}$

می‌توان مشاهده کرد که تمام عضوهای مجموعه B در مجموعه A است. پس خواهیم داشت: $B \subseteq A$

مثال ۳: باتوجه به نمودار زیر مجموعه‌های F و E را با اعضا مشخص کنید و تحقیق کنید که آیا $E \subseteq F$ برقرار است یا خیر؟



پاسخ: $E = \{2, 7, -8, -10\}$ و $F = \{9, 5, -4, -8, -10, 1, 7\}$

می‌توان مشاهده کرد که اعداد 1 و 9 عضو E هستند ولی عضو F نیستند. یعنی مجموعه E زیرمجموعه F نیست.

در این صورت می‌نویسیم: $E \not\subseteq F$

✎ اگر A و B دو مجموعه باشند و عضوی در مجموعه A باشد که در مجموعه B نباشد، پس مجموعه A زیرمجموعه مجموعه B نیست و می‌نویسیم: $A \not\subseteq B$

✎ هر مجموعه، زیرمجموعه خودش است: $A \subseteq A$

مثال ۴: اگر $A = \{-1, 3, \frac{5}{8}\}$ باشد، تحقیق کنید آیا $A \subseteq A$ است؟

پاسخ: بله، زیرا هر عضو A در خود مجموعه A قرار دارد.

✎ مجموعه تهی زیرمجموعه هر مجموعه دلخواهی است: $\emptyset \subseteq A$

مثال ۵: درستی یا نادرستی رابطه‌های زیر را مشخص کرده و دلیل آن را بنویسید.

(الف) حروف الفبای انگلیسی $\{a, e, i, o, u\} \subseteq$ درست است، همه حروف مجموعه سمت چپ در بین حروف الفبای انگلیسی هستند.

(ب) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\} \not\subseteq \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$: نادرست است، زیرا هر عضو مجموعه سمت چپ عضوی از مجموعه سمت راست است و باید علامت $\subseteq$ قرار گیرد.

(پ) $\{1, 2, 3, 4\} \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$: نادرست است، زیرا 5 در مجموعه سمت چپ است که در مجموعه سمت راست نیست.

(ت) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\} \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$: درست است، زیرا هر عضو مجموعه سمت چپ عضوی از مجموعه سمت راست است.

مثال ۶: باتوجه به مجموعه‌های A ، B و C درستی یا نادرستی عبارت‌ها را مشخص کنید.

$A = \{-4, -3, -2, \dots, 3, 4\}$ و $B = \{2, 3, 4\}$ و $C = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

درست $B \subseteq B$ (ث) درست $\emptyset \subseteq C$ (ت) نادرست $B \not\subseteq C$ (پ) نادرست $C \subseteq A$ (ب) درست $B \subseteq A$ (الف)

مثال ۷: همه زیرمجموعه‌های $B = \{10, 11, 12\}$ را بنویسید.

پاسخ: برای نوشتن زیرمجموعه‌های یک مجموعه ابتدا زیرمجموعه‌های تک عضوی، سپس دو عضوی و ... را می‌نویسیم. سپس باتوجه به نکته‌های قبل $\emptyset$ و خود مجموعه را نیز به عنوان زیرمجموعه می‌نویسیم.

بنابراین زیرمجموعه‌های B عبارت‌اند از: $\emptyset$ ، $\{10\}$ ، $\{11\}$ ، $\{12\}$ ، $\{10, 11\}$ ، $\{10, 12\}$ ، $\{11, 12\}$ ، $\{10, 11, 12\}$

مجموعه B ، A زیرمجموعه دارد.

مثال ۱: اگر مجموعه‌های $A = \{0, -1\}$ و $B = \{0, -1, 7\}$ و $C = \{0, 7, -1, 14\}$ باشند:

الف) آیا $A \subseteq B$ است؟ چرا؟
ب) آیا $B \subseteq C$ است؟ چرا؟

پ) آیا با توجه به قسمت‌های (الف) و (ب) می‌توان نتیجه گرفت که $A \subseteq C$ است؟ چرا؟

پاسخ: الف) بله، زیرا هر عضو A در B است. ب) بله، زیرا هر عضو B در C است.

پ) بله، زیرا هر عضو A در B و هر عضو B در C است. پس می‌توان نتیجه گرفت که هر عضو A در C قرار دارد.

مثال ۲: اگر A, B و C سه مجموعه باشند و داشته باشیم $\begin{cases} A \subseteq B \\ B \subseteq C \end{cases}$ آنگاه می‌توان نتیجه گرفت که $A \subseteq C$ است.

تعداد زیرمجموعه‌ها

تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه از رابطه 2^n به دست می‌آید که n تعداد اعضای مجموعه است.

$$n=4 \Rightarrow 2^4=16$$

مثال ۱: مجموعه $A = \{d, c, f, e\}$ چند زیرمجموعه دارد؟

پاسخ: مجموعه A ، ۱۶ زیرمجموعه دارد که عبارت‌اند از:

$$\emptyset, \{e\}, \{f\}, \{c\}, \{d\}, \{e, f\}, \{e, c\}, \{e, d\}, \{f, c\}, \{f, d\}, \{c, d\}, \{e, f, c\}, \{e, f, d\}, \{e, c, d\}, \{f, c, d\}, \{e, f, c, d\}$$

مثال ۲: مجموعه G دارای ۳۲ زیرمجموعه است. این مجموعه چند عضو دارد؟

$$2^n = 32 = 2^5 \Rightarrow n=5$$

پاسخ: مجموعه G دارای ۵ عضو است.

نمایش مجموعه

هر مجموعه را می‌توان به چهار شیوه نوشت:

- ۱- به زبان فارسی
- ۲- با اعضا
- ۳- با نمودار ون
- ۴- به زبان ریاضی (با نمادهای ریاضی)

۱- به زبان فارسی: ویژگی مشترک اعضای یک مجموعه با عبارت‌های فارسی بیان می‌شود.

مثال: مجموعه اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۷

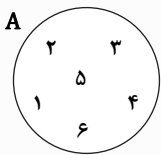
۲- با اعضا: نمایش تک‌تک اعضا که بین دو آکولاد قرار گرفته‌اند.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

مثال:

۳- با نمودار ون: اعضای یک مجموعه در داخل یک خط بسته قرار می‌گیرد.

مثال:



۴- به زبان ریاضی (با نمادهای ریاضی): برای نشان دادن یک مجموعه با نمادهای ریاضی باید یک متغیر را به عنوان نماینده اعضای مجموعه مشخص کنیم و ویژگی مشترکی که بین همه اعضای مجموعه قرار دارد را به زبان ریاضی به آن متغیر نسبت دهیم.

مثال: مجموعه اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۷ را به زبان ریاضی بنویسید.

الف) ابتدا یک حرف کوچک انگلیسی مانند x یا هر حرف کوچک دیگر را به عنوان نماینده تمام اعضا در داخل مجموعه می‌نویسیم: $\{x\}$

ب) مجموعه بزرگی که اعضای موردنظر زیرمجموعه‌ای از آن می‌باشد را معرفی می‌کنیم: $\{x \in \mathbb{N} \mid \dots\}$

پ) علامت « $\mid$ » را قرار می‌دهیم: $\{x \in \mathbb{N} \mid \dots\}$

ت) با استفاده از علامت‌های $(>)$ یا $(<)$ یا $(\geq)$ یا $(\leq)$ یا نمادهای دیگر ریاضی محدوده اعداد موردنظر در آن مجموعه بزرگ را مشخص می‌نماییم.

$$\{x \in \mathbb{N} \mid x < 7\} \text{ یا } \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 6\}$$

نوشتن مجموعه به زبان ریاضی برای مجموعه‌هایی که تعداد اعضای مجموعه زیاد باشد، مفید است.

مثال: برای نوشتن مجموعه ضرب‌های طبیعی عدد δ با نمادهای ریاضی، δk را به عنوان نماینده اعضا در نظر می‌گیریم که در آن $k \in \mathbb{N}$ است و می‌نویسیم $\{\delta k | k \in \mathbb{N}\}$ که خوانده می‌شود مجموعه اعدادی که به شکل δk هستند، به طوری که k متعلق به مجموعه اعداد طبیعی است.

در نوشتن یک مجموعه به زبان ریاضی علامت « $|$ » خوانده می‌شود «به طوری که» یا «به شرطی که» یا «به قسمی که».

در زیر چند مجموعه را به زبان فارسی یا با نوشتن اعضا و یا به زبان ریاضی نشان می‌دهیم.

الف) مجموعه اعداد طبیعی زوج $\rightarrow \{2k | k \in \mathbb{N}\} = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$

ب) مجموعه اعداد طبیعی فرد $\rightarrow \{2k-1 | k \in \mathbb{N}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$

پ) مجموعه اعداد صحیح یک‌رقمی $\rightarrow \{x \in \mathbb{Z} | -9 \leq x \leq 9\} = \{-9, -8, -7, \dots, 8, 9\}$

ت) مجموعه شماره‌های طبیعی عدد 20 $\rightarrow \{x \in \mathbb{N} | \frac{20}{x} \in \mathbb{N}\} = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$

ث) مجموعه اعداد طبیعی بین 11 و 17 $\rightarrow \{x \in \mathbb{N} | 11 < x < 17\} = \{12, 13, 14, 15, 16\}$ یا $\{x \in \mathbb{N} | 12 \leq x \leq 16\}$

مثال: مجموعه $A = \{2k-3 | k \in \mathbb{N}\}$ را با اعضا مشخص کنید. برای نوشتن اعضای مجموعه A از جدول زیر استفاده می‌کنیم.

k	۱	۲	۳	۴	۵	...
$2k-3$	$(2 \times 1) - 3 = -1$	$(2 \times 2) - 3 = 1$	$(2 \times 3) - 3 = 3$	$(2 \times 4) - 3 = 5$	$(2 \times 5) - 3 = 7$	...

پس می‌نویسیم: $A = \{-1, 1, 3, 5, 7, \dots\}$

مجموعه‌های بزرگ اعداد را می‌توان به صورت زیر به زبان فارسی یا با نوشتن اعضا و یا به زبان ریاضی نوشت.

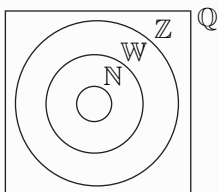
$\mathbb{N} =$ مجموعه اعداد طبیعی $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$ و $\mathbb{W} =$ مجموعه اعداد حسابی $\{0, 1, 2, 3, \dots\} = \{k-1 | k \in \mathbb{N}\}$

$\mathbb{Z} =$ مجموعه اعداد صحیح $\{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ و $\mathbb{Q} =$ مجموعه اعداد گویا $\{\frac{a}{b} | a \text{ و } b \in \mathbb{Z} \text{ و } b \neq 0\}$

مجموعه اعداد گویا را نمی‌توان با اعضا نشان داد، زیرا اولین عدد بزرگ‌تر یا کوچک‌تر از هر عدد گویا مشخص نیست.

مجموعه اعداد طبیعی زوج را با E و مجموعه اعداد طبیعی فرد را با O نشان می‌دهیم.

وضعیت مجموعه‌های $\mathbb{N}$ ، $\mathbb{W}$ ، $\mathbb{Z}$ و $\mathbb{Q}$ را نسبت به هم می‌توان به کمک نمودار ون طبق شکل زیر نشان داد.



مطابق نمودار مقابل: هر عضو مجموعه اعداد طبیعی عضوی از مجموعه‌های $\mathbb{W}$ ، $\mathbb{Z}$ و $\mathbb{Q}$ ، هر عضو مجموعه

اعداد حسابی عضوی از مجموعه‌های $\mathbb{Z}$ و $\mathbb{Q}$ و هر عضو مجموعه اعداد صحیح عضوی از مجموعه $\mathbb{Q}$ است، زیرا

هر عدد صحیح a را می‌توان به صورت $\frac{a}{1}$ نوشت. به زبان ریاضی می‌توان نوشت: $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$

سؤال‌های امتحانی با پاسخ

۱- جمله‌های درست را با «✓» و جمله‌های نادرست را با «✗» مشخص کنید.

☐ الف) مجموعه‌ای که عضو ندارد، زیرمجموعه نیز ندارد.

☐ ب) فقط مجموعه تهی است که یک زیرمجموعه دارد.

☐ پ) مجموعه $A = \{x \in \mathbb{N} | x < 1\}$ هیچ عضوی ندارد.

☐ ت) هر مجموعه دلخواه حداقل دو زیرمجموعه دارد.

☐ ث) کوچک‌ترین عضو مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Z} | x > -1\}$ عدد -1 می‌باشد.

☐ ج) مجموعه $A = \{a \text{ و } b\}$ با مجموعه $\{a \text{ و } b \text{ و } a \text{ و } b\}$ برابر است.

۲- هریک از جمله‌های زیر را با عدد، کلمه یا عبارت مناسب کامل کنید.

الف) هر مجموعه زیرمجموعه است.

ب) مجموعه تهی همه مجموعه‌ها است.

پ) در مجموعه $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq -4\}$ بزرگ‌ترین عضو، عدد می‌باشد.

ت) مجموعه $\{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x < 3\}$ دارای عضو می‌باشد.

ث) عبارت «مجموعه A زیرمجموعه B می‌باشد» را با نماد ریاضی به صورت نمایش می‌دهیم.

ج) در مجموعه $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < \square\}$ اگر به جای $\square$ عدد قرار دهیم، مجموعه دارای ۳ عضو می‌شود.

۳- يك مجموعه نش‌عضوی چند زیرمجموعه دارد؟

۱۲ د) ☐

۶۴ ج) ☐

۶۳ ب) ☐

۳۱ الف) ☐

۴- مجموعه شماره‌های اول عدد ۴۲، چند زیرمجموعه دارد؟

۸ د) ☐

۴ ج) ☐

۳ ب) ☐

۲ الف) ☐

۵- مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x < 1\}$ با کدام گزینه برابر است؟

$\{-2 \text{ و } 1\}$ د) ☐

$\{0 \text{ و } -1\}$ ج) ☐

$\{0 \text{ و } -1 \text{ و } -2\}$ ب) ☐

$\{-1 \text{ و } 0 \text{ و } 1\}$ الف) ☐

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 < 16\}$$

۶- نمایش اعضای مجموعه مقابل کدام است؟

$\{\}$ د) ☐

$\{1 \text{ و } 2 \text{ و } 3\}$ ج) ☐

$\{1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4\}$ ب) ☐

$\{4 \text{ و } 5\}$ الف) ☐

۷- جاهای خالی را در مجموعه‌های زیر طوری کامل کنید که مجموعه‌ها برابر باشند.

$$\left\{ \frac{3}{5} \text{ و } \frac{1}{4} \text{ و } \sqrt{\frac{9}{25}} \text{ و } \frac{3}{5} \text{ و } -4 \text{ و } \dots \text{ و } -\frac{25}{5} \right\} \text{ الف)}$$

$$\left\{ \frac{3}{6} \text{ و } \frac{1}{8} \text{ و } -\frac{4}{9} \text{ و } \sqrt{\frac{144}{4}} \text{ و } \frac{121}{22} \text{ و } \dots \text{ و } (36 \text{ و } 6) \text{ و } \frac{72}{9} \right\} \text{ ب)}$$

۸- الف) برای مجموعه $F = \{2 \text{ و } 1 \text{ و } 0 \text{ و } -1 \text{ و } -2\}$ نمودار ون را رسم کنید.

ب) در نمودار بالا عضوایی که مضرب صحیح ۲ هستند را با يك خط بسته مشخص کنید و آن را E بنامید.

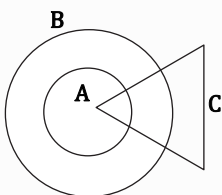
پ) مجموعه E را بنویسید. آیا هر عضو E، عضوی از F است؟

ت) چه رابطه‌ای بین مجموعه F و E وجود دارد؟ (به زبان ریاضی بنویسید)

۹- دلیل درستی یا نادرستی رابطه‌های زیر را مشخص کنید.

$$\left\{ \frac{3}{8} \text{ و } 0 \text{ و } -7 \right\} \subseteq \left\{ \frac{-28}{4} \text{ و } 0 \text{ و } -1 \text{ و } \frac{3}{8} \right\} \text{ الف)}$$

$$\{a \text{ و } b \text{ و } d \text{ و } e \text{ و } i\} \not\subseteq \{a \text{ و } o \text{ و } e \text{ و } i\} \text{ ب)}$$



$$A \subseteq B \text{ الف)}$$

$$A \not\subseteq C \text{ ب)}$$

$$\emptyset \subseteq A \text{ پ)}$$

$$C \subseteq B \text{ ت)}$$

$$B \not\subseteq B \text{ ث)}$$

$$B \not\subseteq C \text{ ج)}$$

۱۱- تمام زیرمجموعه‌های مجموعه $\{-19 \text{ و } -18 \text{ و } -17\}$ را بنویسید.

۱۲- الف) اگر $M = \{10 \text{ و } 11 \text{ و } 12 \text{ و } 13\}$ باشد، تعداد زیرمجموعه‌های M چقدر است؟

ب) تمام زیرمجموعه‌های يك‌عضوی مجموعه M را بنویسید.

پ) تمام زیرمجموعه‌های دو عضوی مجموعه M را بنویسید.

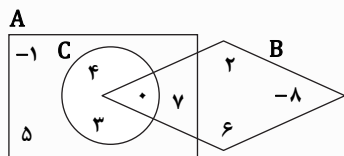
ت) تمام زیرمجموعه‌های سه عضوی مجموعه M را بنویسید.

ث) زیرمجموعه چهار عضوی مجموعه M را بنویسید.

۱۳- مجموعه‌ای ۵ عضو دارد. این مجموعه چند زیرمجموعه دارد؟

۱۴- يك مجموعه ۱۲۸ زیرمجموعه دارد. تعداد عضوهای این مجموعه را به دست آورید.

۱۵- باتوجه به نمودار روبه‌رو:



- الف) هريك از مجموعه‌ها را با اعضایش مشخص کنید.
 ب) در داخل مربع نماد مناسب ($\notin$, $\subseteq$, $\supseteq$, $\in$) قرار دهید.
- ۱) $-8 \square A$ ۲) $A \square B$ ۳) $\{2 \text{ و } 6\} \square B$ ۴) $\emptyset \square A$
 ۵) $0 \square C$ ۶) $7 \square A$ ۷) $-1 \square C$ ۸) $C \square A$

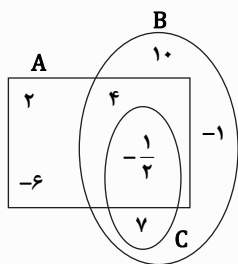
۱۶- اگر $A = \{1 \text{ و } 2 \text{ و } 5 \text{ و } 7\}$ و $B = \{2 \text{ و } 7\}$ باشند،

الف) تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه A را بنویسید.

ب) درستی یا نادرستی عبارت‌ها را مشخص کنید.

- ۱) $4 \notin A \square$ ۲) $3 \in A \square$ ۳) $B \subseteq A \square$ ۴) $\emptyset \not\subseteq A \square$ ۵) $\{7\} \in B \square$

۱۷- هر سه مجموعه $A = \{-1 \text{ و } 4 \text{ و } \frac{3}{7}\}$ ، $B = \{-1 \text{ و } 2\}$ و $C = \{2 \text{ و } 0 \text{ و } 9\}$ را روی يك نمودار ون نشان دهید.



- ۱۸- باتوجه به شکل مقابل، مجموعه‌ای بنویسید که:
- الف) عضوهایش هم در A و هم در B باشد و آن را F بنامید.
 ب) عضوهایش فقط در B باشد و آن را E بنامید.
 پ) عضوهایش در C باشد.
 ت) درستی یا نادرستی عبارت‌ها را مشخص کنید.
- ۱) $C \subseteq F \square$ ۲) $10 \in E \square$ ۳) $-\frac{1}{2} \notin F \square$ ۴) $F = C \square$

۱۹- الف) درچه صورتی $A = B$ است؟

ب) درچه صورتی $A \neq B$ است؟

$$\left. \begin{matrix} A \subseteq B \\ B \subseteq A \end{matrix} \right\} \Rightarrow \dots\dots\dots$$

۲۰- الف) جای خالی را کامل کنید.

ب) برای درستی عبارت مقابل يك مثال بنویسید.

۲۱- صورتهای مختلف نمایش يك مجموعه را نام ببرید و يك مثال بنویسید.

به زبان فارسی	به زبان ریاضی	با اعضا
مجموعه اعداد طبیعی زوج		$\{2 \text{ و } 4 \text{ و } 6 \text{ و } \dots\}$
	$O = \{2k-1 \mid k \in \mathbb{N}\}$	

۲۲- جدول مقابل را کامل کنید.

نمایش حروف	به زبان فارسی	با اعضا
$\mathbb{N}$		
	اعداد حسابی	
		$\{\dots \text{ و } 2 \text{ و } 1 \text{ و } 0 \text{ و } -1 \text{ و } -2 \text{ و } \dots\}$

۲۳- جدول مقابل را کامل کنید.

۲۴- الف) جای خالی را کامل کنید.

ب) برای عبارت مقابل يك مثال بنویسید.

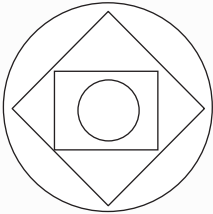
$$\left. \begin{matrix} A \subseteq B \\ B \subseteq C \end{matrix} \right\} \Rightarrow \dots\dots\dots$$

۲۵- تمام زیرمجموعه‌های هریک از مجموعه‌های زیر را بنویسید.

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 3x + 1 = -4x - 6\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid -1 < x \leq 4\}$$

$$C = \{2^x \mid x = 0 \text{ و } 1 \text{ و } 2 \text{ و } 3\}$$

۲۶- در نمودار ون مقابل، مجموعه‌های $\mathbb{N}$ ، $\mathbb{W}$ ، $\mathbb{Z}$ و $\mathbb{Q}$ را باتوجه به وضعیت آنها نسبت به هم مشخص کنید.

۲۷- هر کدام از عبارت‌های زیر را به زبان ریاضی بنویسید و با ذکر دلیل، درستی یا نادرستی آن را مشخص کنید.

الف) هر عدد طبیعی يك عدد حسابی است.

پ) هر عدد طبیعی يك عدد گویا است.

ث) هر عدد گویا يك عدد حسابی است.

ج) هر عدد صحیح يك عدد حسابی است.

خ) هر عدد حسابی يك عدد گویا است.

ذ) هر عدد صحیح يك عدد طبیعی است.

ب) هر عدد طبیعی يك عدد صحیح است.

ت) هر عدد گویا يك عدد صحیح است.

ج) هر عدد صحیح يك عدد گویا است.

ح) هر عدد حسابی يك عدد صحیح است.

د) هر عدد گویا يك عدد طبیعی است.

ر) هر عدد حسابی يك عدد طبیعی است.

۲۸- مجموعه‌های زیر را با اعضا مشخص کنید.

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 < x < 5\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < -3\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid -1 < x < 3\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 3\}$$

$$E = \{x \in \mathbb{N} \mid -4 < x < +4\}$$

$$F = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 \leq x < 2\}$$

۲۹- مجموعه‌های زیر را با اعضا مشخص کنید.

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < -4\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 1\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{W} \mid -6 < x < -3\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{Z} \mid -5 \leq x\}$$

$$E = \{x \in \mathbb{W} \mid -2 < x < 5\}$$

$$F = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > 4\}$$

۳۰- صورت دیگر هریک از مجموعه‌های زیر را با علائم و نماد ریاضی بنویسید. (راهنمایی: هرکدام از مجموعه‌ها را به چندین حالت می‌توان نوشت)

$$A = \{... \text{ و } 4 \text{ و } 5 \text{ و } 6\}$$

$$B = \{1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4\}$$

$$C = \{... \text{ و } -9 \text{ و } -8 \text{ و } -7\}$$

$$D = \{6 \text{ و } 7 \text{ و } 8 \text{ و } ... \text{ و } 53\}$$

$$E = \{... \text{ و } -2 \text{ و } -3 \text{ و } -4\}$$

$$F = \{0 \text{ و } ... \text{ و } -3 \text{ و } -4 \text{ و } -5\}$$

۳۱- صورت دیگر هریک از مجموعه‌های زیر را با علائم و نماد ریاضی بنویسید.

$$A = \{-1 \text{ و } 0 \text{ و } 1 \text{ و } 2 \text{ و } 3\}$$

$$B = \{10 \text{ و } 11 \text{ و } 12 \text{ و } 13\}$$

$$C = \{2 \text{ و } 3 \text{ و } 4 \text{ و } 5\}$$

$$D = \{... \text{ و } 6 \text{ و } 7 \text{ و } 8\}$$

$$E = \{-9 \text{ و } -8 \text{ و } -7 \text{ و } -6\}$$

$$F = \{-3 \text{ و } -2 \text{ و } -1 \text{ و } 0 \text{ و } 1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4\}$$

۳۲- هریک از مجموعه‌های زیر را با اعضا بنویسید.

الف) مجموعه اعداد طبیعی بزرگتر از ۴

پ) مجموعه اعداد صحیح بین ۳+ و ۲-

ب) مجموعه اعداد صحیح کوچکتر از ۴ و بزرگتر از ۴-

ت) مجموعه اعداد حسابی کوچکتر از ۷

۳۳- هریک از مجموعه‌های زیر را با علائم ریاضی بنویسید.

- الف) مجموعه اعداد صحیح و مثبت کوچک‌تر از ۸
 ب) مجموعه اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۸
 پ) مجموعه اعداد صحیح بزرگتر از ۳-
 ت) مجموعه اعداد طبیعی بزرگتر از ۱۰

۳۴- مجموعه‌های زیر را با اعضا مشخص کنید.

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq \sqrt{16}\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < \frac{11}{3}\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} \mid -\frac{5}{4} < x < \sqrt{16}\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{Z} \mid -\frac{3}{4} < x < \frac{3}{4}\}$$

۳۵- مجموعه‌های زیر را به زبان ریاضی بنویسید.

$$A = \{0\}$$

$$B = \{-7\}$$

۳۶- مجموعه‌های زیر را با اعضا مشخص کنید.

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x \leq \sqrt{9}\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 < 30\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid \sqrt{25} \leq x < \sqrt{36} + 1\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 < 30\}$$

۳۷- x را چنان تعیین کنید که دو مجموعه $\{0, -11, -5, x\}$ و $A = \{x-5, -11, 0\}$ و $B = \{0, -11, -2x+7\}$ با یکدیگر برابر باشند.

۳۸- مقدار a را چنان تعیین کنید که دو مجموعه $\{-x+1, x-3\}$ و $F = \{a\}$ و $E = \{a\}$ با یکدیگر برابر باشند.

۳۹- اگر $\{7\} = \{-2a+b, -1, a\}$ باشد، مقدارهای a و b چقدر است؟

۴۰- درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

- الف) مجموعه $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 2\}$ فقط یک عضو دارد.
 ب) مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x < 1\}$ دو عضو دارد.
 پ) مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > -3\}$ بزرگترین عضو ندارد.
 ت) مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 1\}$ بی‌شمار عضو دارد.

۴۱- مجموعه‌های زیر را به زبان فارسی بیان کنید. (راهنمایی: هرکدام را به حالت‌های دیگری نیز می‌توان نوشت)

$$A = \{2, 3, 4\}$$

$$B = \{-4, -3, -2, \dots\}$$

$$C = \{8, 7, 6, \dots\}$$

۴۲- مجموعه روبه‌رو را با نوشتن اعضا و به زبان فارسی بنویسید.

$$\{x \in \mathbb{N} \mid 2x+1=5\}$$

۴۳- کوچک‌ترین عضو و بزرگترین عضو هریک از مجموعه‌های زیر را مشخص کنید.

$$A = \{-6, -5, -4, -3, -2\}$$

$$B = \{-1, -2, -3, \dots\}$$

$$C = \{+5, +6, +7, +8, \dots\}$$

۴۴- مجموعه‌های زیر را با اعضا مشخص کنید.

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < -2\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 10\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} \mid 7 < x\}$$

$$D = \{3x \mid x \in \mathbb{W}, -3 < x < 3\}$$

$$E = \{x \in \mathbb{Z} \mid -4 < x < \sqrt{9}\}$$

$$F = \{x \in \mathbb{N} \mid -6 \leq x < 6\}$$

$$G = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq 2\}$$

$$H = \{x \in \mathbb{W} \mid -10 \leq x \leq 10\}$$

۴۵- مجموعه‌های زیر را با اعضا مشخص کنید.

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 3\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{W} \mid -2 \leq x < 5\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 \leq x < 5\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{W} \mid x \leq -2\}$$

$$E = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 \leq x\}$$

$$F = \{x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{4} < x < \sqrt{9}\}$$

$$G = \{4x+1 \mid x \in \mathbb{N}, x < 3\}$$

$$H = \{x^2 \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 2\}$$

۴۶- مجموعه‌های زیر را با اعضا مشخص کنید.

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 < x < 6\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 3 \text{ و } 4 \text{ و } 5 \text{ و } 6\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 < 10\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 \leq x \leq 1\}$$

$$E = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 3 \text{ و } x = 3\}$$

$$F = \{x \in \mathbb{Z} \mid 6x + 2 = -10\}$$

$$G = \{x \in \mathbb{Z} \mid -7 < x \leq 2\}$$

$$H = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq -2\}$$

پاسخ سؤال‌های امتحانی

۱- الف) x مجموعه‌ای که عضو ندارد، مجموعه تهی است و مجموعه تهی زیرمجموعه خودش است.

ب) $\checkmark$ هر مجموعه غیر از مجموعه تهی حداقل دو زیرمجموعه دارد: مجموعه تهی و خود مجموعه	پ) $\checkmark$
ت) x زیرا مجموعه تهی فقط یک زیرمجموعه دارد.	ث) $x = \{0, 1, 2, \dots\}$ ج) $\checkmark$
۲- الف) خودش	ب) زیرمجموعه
پ) -4	ت) پنج $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ث) $A \subseteq B$ ج) 4

۳- ج $2^6 = 64 \Rightarrow (n \text{ تعداد اعضا}) \Rightarrow 2^n = \text{تعداد زیرمجموعه‌ها}$

۴- د $2^n = 2^3 = 8 \Rightarrow \{2, 3, 7\} = \text{مجموعه شمارنده‌های اول } 42$ ج-۵ ج-۶

۷- الف) $\left\{ \frac{3}{5}, -\frac{1}{4}, -\frac{3}{5}, \frac{3}{63} \right\} = \left\{ \sqrt{\frac{9}{25}}, -\frac{1}{4}, -\frac{3}{5}, \frac{3}{63} \right\}$

ب) $\left\{ \frac{121}{22}, -\frac{4}{9}, \frac{121}{22} \right\} = \left\{ \sqrt{\frac{144}{4}}, -\frac{4}{9}, \frac{121}{22} \right\}$

۸- الف) ب) $E = \{-2, 0, 2\}$ ، بلکه هر عضو E ، عضو F است.	
ت) $E \subseteq F$ مجموعه E زیرمجموعه مجموعه F است.	

۹- الف) $\checkmark$ زیرا هر عضو مجموعه سمت چپ عضو از مجموعه سمت راست است. $\left(\frac{-28}{4} = -7\right)$

ب) $\checkmark$ زیرا عضو 0 در مجموعه سمت چپ، عضو مجموعه سمت راست نیست.

۱۰- الف) $\checkmark$ زیرا تمام مجموعه A درون مجموعه B قرار دارد.	ب) $\checkmark$ زیرا برخی از عضوهای مجموعه A درون مجموعه C قرار ندارد.
پ) $\checkmark$ مجموعه تهی زیرمجموعه هر مجموعه‌ای است.	ت) x زیرا همه مجموعه C درون مجموعه B قرار ندارد.
ث) x زیرا هر مجموعه زیرمجموعه خودش است.	ج) $\checkmark$ زیرا همه مجموعه B درون مجموعه C قرار ندارد.

۱۱- $\emptyset, \{-17\}, \{-18\}, \{-19\}, \{-17, -18\}, \{-17, -19\}, \{-18, -19\}, \{-17, -18, -19\}$

۱۲- الف) تعداد زیرمجموعه‌های M ، ۱۶ تا است. $2^4 = 16 \Rightarrow \text{تعداد زیرمجموعه‌ها} = 2^n$ ب) $\{10\}, \{11\}, \{12\}, \{13\}$

پ) $\{10, 11\}, \{10, 12\}, \{10, 13\}, \{11, 12\}, \{11, 13\}, \{12, 13\}, \{10, 11, 12\}, \{10, 11, 13\}, \{10, 12, 13\}, \{11, 12, 13\}, \{10, 11, 12, 13\}$

ت) $\{10, 11, 12, 13\}, \{10, 11, 13\}, \{10, 12, 13\}, \{11, 12, 13\}, \{10, 11, 12, 13\}$

ث) $\{10, 11, 12, 13\}$ (مجموعه تهی هم زیرمجموعه M است که هیچ عضوی ندارد)

۱۳- ۳۲ زیرمجموعه دارد.

$$n = 5 \Rightarrow 2^n = 2^5 = 32$$

$$2^n = 128 = 2^7 \Rightarrow n = 7$$

۱۵- الف) $A = \{0, 3, 4, 5, -1\}$ و $B = \{0, 6, -8, 2\}$ و $C = \{0, 3, 4\}$

ب) ۱) $-8 \notin A$ ۲) $A \not\subseteq B$ ۳) $\{2, 6\} \subseteq B$ ۴) $\emptyset \subseteq A$ ۵) $0 \in C$ ۶) $7 \in A$ ۷) $-1 \notin C$ ۸) $C \subseteq A$

۱۶- الف) مجموعه A ، ۳۲ زیرمجموعه دارد. $n = 5 \Rightarrow 2^n = 2^5 = 32$

ب) ۱) $\times$ زیرا ۴ عضو است و A مجموعه است و بین آنها باید علامت عضویت ($\in$) قرار بگیرد نه علامت زیرمجموعه ($\subseteq$) پس $4 \notin A$

۲) $\times$ زیرا هر عضو B در مجموعه A قرار دارد. ۳) $\checkmark$

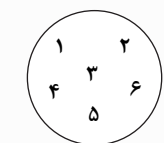
۴) $\times$ زیرا یک $\{7\}$ مجموعه و B نیز یک مجموعه است و باید علامت عضویت بین آنها قرار گیرد، پس: $\{7\} \subseteq B$

۱۷- ۱) $\times$ ۲) $\checkmark$ ۳) $\times$ ۴) $\times$ ۵) $\times$ ۶) $\checkmark$ ۷) $\times$ ۸) $\times$ ۹) $\times$ ۱۰) $\times$ ۱۱) $\times$ ۱۲) $\checkmark$ ۱۳) $\times$ ۱۴) $\times$ ۱۵) $\times$ ۱۶) $\checkmark$ ۱۷) $\times$ ۱۸) $\times$ ۱۹) $\times$ ۲۰) $\times$ ۲۱) $\times$ ۲۲) $\times$ ۲۳) $\times$ ۲۴) $\times$ ۲۵) $\times$ ۲۶) $\times$ ۲۷) $\times$ ۲۸) $\times$ ۲۹) $\times$ ۳۰) $\times$ ۳۱) $\times$ ۳۲) $\times$

۱۹- الف) در صورتی که هر عضو مجموعه A عضوی از مجموعه B و هر عضو مجموعه B عضوی از مجموعه A باشد، به عبارت دیگر $A \subseteq B$ و $B \subseteq A$

ب) در صورتی که حداقل یک عضو مجموعه A عضو مجموعه B نباشد یا حداقل یک عضو مجموعه B عضو مجموعه A نباشد.

۲۰- الف) $A = B$ ب) اگر $A = \{0, 2, 4, -1\}$ و $B = \{0, 2, 4, -1\}$ باشند، داریم: $A \subseteq B$ و $B \subseteq A \Rightarrow A = B = \{0, 2, 4, -1\}$



۳) نمودار ون

۲) با نمایش اعضا: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

۲۱- ۱) به زبان فارسی: اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۷

۴) به زبان ریاضی: $\{x \in \mathbb{N} \mid x < 7\}$

۲۲-

به زبان فارسی	به زبان ریاضی	با اعضا
مجموعه اعداد طبیعی زوج	$E = \{2k \mid k \in \mathbb{N}\}$	$\{2, 4, 6, \dots\}$
مجموعه اعداد طبیعی فرد	$O = \{2k-1 \mid k \in \mathbb{N}\}$	$\{1, 3, 5, 7, \dots\}$

۲۳-

نمایش حروف	به زبان فارسی	با اعضا
$\mathbb{N}$	مجموعه اعداد طبیعی	$\{1, 2, 3, 4, \dots\}$
$\mathbb{W}$	اعداد حسابی	$\{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$
$\mathbb{Z}$	مجموعه اعداد صحیح	$\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

۲۴- الف) $A \subseteq C$ ب) اگر $A = \{0, -1\}$ ، $B = \{0, -1, 7, 13\}$ و $C = \{0, -1, 7, 14\}$ باشند، داریم:

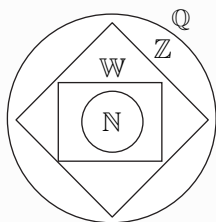
$$\left. \begin{aligned} A \subseteq B &\Rightarrow \{0, -1\} \subseteq \{0, -1, 7, 13\} \\ B \subseteq C &\Rightarrow \{0, -1, 7, 13\} \subseteq \{0, -1, 7, 14\} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \{0, -1\} \subseteq \{0, -1, 7, 14\} \text{ یا } A \subseteq C$$

۲۵- زیرمجموعه‌های A عبارت‌اند از: $\emptyset$ ، $\{-1\}$ ، $\{0\}$ ، $\{-1, 0\}$ ، $\{0, 7\}$ ، $\{-1, 7\}$ ، $\{0, 13\}$ ، $\{-1, 13\}$ ، $\{0, 7, 13\}$ ، $\{-1, 7, 13\}$ ، $\{0, 7, 14\}$ ، $\{-1, 7, 14\}$ ، $\{0, 13, 14\}$ ، $\{-1, 13, 14\}$ ، $\{0, 7, 13, 14\}$ ، $\{-1, 7, 13, 14\}$

$$B = \{1, 2, 3, 4\}$$

زیرمجموعه‌های B عبارت‌اند از:

$$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 4\}$$



$$-۲۶ \quad C = \{۳^۰ \text{ و } ۲^۱ \text{ و } ۲^۲ \text{ و } ۲^۳\} = \{۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۴ \text{ و } ۸\}$$

زیرمجموعه‌های C عبارتند از:

$$\{۱ \text{ و } ۸\}, \{۲ \text{ و } ۴\}, \{۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۴\}, \{۱ \text{ و } ۸\}, \{۲ \text{ و } ۴ \text{ و } ۸\}, \{۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۴ \text{ و } ۸\}, \{۱\}, \{۲\}, \{۴\}, \{۸\}, \{۱ \text{ و } ۲\}, \{۱ \text{ و } ۴\}, \{۱ \text{ و } ۸\}, \{۲ \text{ و } ۴\}, \{۲ \text{ و } ۸\}, \{۴ \text{ و } ۸\}, \emptyset$$

۲۷- الف) $N \subseteq W$ صحیح است. زیرا $\{۰ \text{ و } ۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۳ \text{ و } \dots\} \subseteq \{۰ \text{ و } ۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۳ \text{ و } \dots\}$

ب) $N \subseteq Z$ صحیح است. زیرا $\{۰ \text{ و } ۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۳ \text{ و } \dots\} \subseteq \{۰ \text{ و } -۱ \text{ و } -۲ \text{ و } \dots\}$

پ) $N \subseteq Q$ صحیح است. زیرا اگر به هر عدد طبیعی، مخرج یک بدهیم، یک عدد گویا می‌شود.

ت) $Q \subseteq Z$ نادرست است. زیرا کسرهایی که ساده نشدنی هستند در مجموعه Z قرار ندارند. مثال: $-\frac{۲}{۳} \in Q$ و $-\frac{۲}{۳} \notin Z$

ث) $Q \subseteq W$ نادرست است. زیرا اعداد منفی کسری در Q هستند ولی در W نیستند. مثال: $-\frac{۲}{۳} \in Q$ ولی $-\frac{۲}{۳} \notin W$

ج) $Z \subseteq Q$ صحیح است. زیرا اگر به هر عدد صحیح، مخرج یک بدهیم، یک عدد گویا می‌شود.

چ) $Z \subseteq W$ نادرست است. زیرا اعداد منفی در Z هستند ولی در W نیستند. مثال: $-۳ \in Z$ ولی $-۳ \notin W$

ح) $W \subseteq Z$ صحیح است. زیرا $\{۰ \text{ و } ۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۳ \text{ و } \dots\} \subseteq \{۰ \text{ و } -۱ \text{ و } -۲ \text{ و } \dots\}$

خ) $W \subseteq Q$ صحیح است. زیرا اگر به هر عدد حسابی، مخرج یک بدهیم، یک عدد گویا می‌شود.

د) $Q \subseteq N$ نادرست است. زیرا کسرهای ساده نشدنی در مجموعه N قرار ندارند. مثال: $\frac{۲}{۳} \in Q$ ولی $\frac{۲}{۳} \notin N$

ذ) $Z \subseteq N$ نادرست است. زیرا اعداد منفی و صفر در Z هستند ولی در N نیستند.

ر) $W \subseteq N$ نادرست است. زیرا $۰ \notin N$ ولی $۰ \in W$

$$-۲۸ \quad A = \{۰ \text{ و } ۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۳ \text{ و } ۴\} \quad B = \{-۴ \text{ و } -۵ \text{ و } -۶ \text{ و } \dots\} \quad C = \{۱ \text{ و } ۲\} \quad D = \{۱ \text{ و } ۲\} \quad E = \{۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۳\} \quad F = \{-۱ \text{ و } ۰ \text{ و } ۱\}$$

$$-۲۹ \quad A = \{-۵ \text{ و } -۶ \text{ و } -۷ \text{ و } \dots\} \quad B = \{۱\} \quad C = \{ \} \text{ یا } \emptyset$$

$$D = \{-۵ \text{ و } -۴ \text{ و } -۳ \text{ و } -۲ \text{ و } -۱ \text{ و } ۰ \text{ و } ۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۳ \text{ و } ۴ \text{ و } \dots\} \quad E = \{۰ \text{ و } ۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۳ \text{ و } ۴\} \quad F = \{۵ \text{ و } ۶ \text{ و } ۷ \text{ و } \dots\}$$

$$-۳۰ \quad A = \{x \in Z \mid x \leq ۶\} \text{ یا } \{x \in Z \mid x < ۷\} \quad B = \{x \in N \mid x < ۵\} \text{ یا } B = \{x \in N \mid x \leq ۴\}$$

$$C = \{x \in Z \mid x < -۶\} \text{ یا } \{x \in Z \mid x \leq -۷\} \quad D = \{x \in N \mid ۵ < x < ۵۴\} \text{ یا } D = \{x \in N \mid ۶ \leq x \leq ۵۳\}$$

$$E = \{x \in Z \mid -۴ \leq x \leq ۲\} \text{ یا } E = \{x \in Z \mid -۵ < x < ۳\} \quad F = \{x \in Z \mid -۵ \leq x \leq ۰\} \text{ یا } F = \{x \in Z \mid -۶ < x < ۱\}$$

$$-۳۱ \quad A = \{x \in Z \mid -۲ < x < ۴\} \quad B = \{x \in N \mid ۱۰ \leq x \leq ۱۳\} \quad C = \{x \in N \mid ۱ < x < ۶\}$$

$$D = \{x \in Z \mid x < ۹\} \quad E = \{x \in Z \mid -۱۰ < x \leq -۶\} \quad F = \{x \in Z \mid -۴ < x < ۵\}$$

$$-۳۲ \quad \text{الف) } \{۰ \text{ و } ۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۳ \text{ و } \dots\} \quad \text{ب) } \{-۳ \text{ و } -۲ \text{ و } -۱ \text{ و } ۰ \text{ و } ۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۳\} \quad \text{پ) } \{-۱ \text{ و } ۰ \text{ و } ۱ \text{ و } ۲\} \quad \text{ت) } \{۰ \text{ و } ۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۳ \text{ و } ۴ \text{ و } ۵ \text{ و } ۶\}$$

$$-۳۳ \quad \text{الف) } \{x \in Z \mid ۰ < x < ۸\} \quad \text{ب) } \{x \in N \mid x < ۸\} \quad \text{پ) } \{x \in Z \mid x > -۳\} \quad \text{ت) } \{x \in N \mid x > ۱۰\}$$

$$-۳۴ \quad A = \{۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۳ \text{ و } ۴\} \quad B = \{۵ \text{ و } ۴ \text{ و } ۳ \text{ و } ۲ \text{ و } \dots\} \quad C = \{-۲ \text{ و } -۱ \text{ و } ۰ \text{ و } ۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۳\} \quad D = \{-۱ \text{ و } ۰ \text{ و } ۱\}$$

$$-۳۵ \quad A = \{x \in W \mid x < ۱\} \text{ یا } \{x \in Z \mid -۱ < x < ۱\} \quad B = \{x \in Z \mid -۸ < x < -۶\}$$

$$-۳۶ \quad A = \{-۱ \text{ و } ۰ \text{ و } ۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۳\} \quad B = \{-۵ \text{ و } -۴ \text{ و } -۳ \text{ و } \dots \text{ و } ۴ \text{ و } ۵\}$$

$$C = \{x \in N \mid \sqrt{۲۵} \leq x < \sqrt{۳۶} + ۱\} = \{x \in N \mid ۵ \leq x < ۷\} = \{۵ \text{ و } ۶\} \quad D = \{۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۳ \text{ و } ۴ \text{ و } ۵\}$$

$$A=B \Rightarrow \{x-5 \text{ و } -11 \text{ و } 0\} = \{0 \text{ و } -11 \text{ و } -2x+7\} \Rightarrow x-5 = -2x+7 \Rightarrow x+2x = 7+5 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{3} = 4 \quad \text{۳۷-}$$

اگر $x = 4$ باشد، $A=B$ می‌شود.

$$E=F \Rightarrow \{a\} = \{-x+1 \text{ و } x-3\} \Rightarrow -x+1=a \text{ و } x-3=a \quad \text{۳۸-}$$

$$-x+1=x-3 \Rightarrow -x-x=-3-1 \Rightarrow -2x=-4 \Rightarrow x = \frac{-4}{-2} = 2 \rightarrow \text{چون } x-3=a \text{ و } x=2 \Rightarrow 2-3=a \Rightarrow a=-1$$

$$\{xa-1 \text{ و } -2a+b\} = \{7\} \Rightarrow xa-1=7 \text{ و } -2a+b=7 \text{ و } xa-1=7 \Rightarrow xa=1+7=8 \Rightarrow a = \frac{8}{x} = 2 \Rightarrow a=2 \quad \text{۳۹-}$$

$$-2a+b=7 \text{ و } a=2 \Rightarrow -2 \times 2 + b = 7 \Rightarrow -4 + b = 7 \Rightarrow b = 7 + 4 = 11 \quad \text{پس: } a=2 \text{ و } b=11$$

$$A = \{0 \text{ و } -1 \text{ و } -2 \text{ و } \dots\} \quad \checkmark \text{ (ت)} \quad A = \{-2 \text{ و } -1 \text{ و } 0 \text{ و } 1 \text{ و } \dots\} \quad \checkmark \text{ (پ)} \quad A = \{-1 \text{ و } 0\} \quad \checkmark \text{ (ب)} \quad A = \{1 \text{ و } 2\} \quad \times \text{ (الف) زیرا}$$

$$\text{۴۱- } A: \text{مجموعه اعداد طبیعی بین ۱ و ۵} \quad B: \text{مجموعه اعداد صحیح بزرگ‌تر از ۵-} \quad C: \text{مجموعه اعداد صحیح کوچک‌تر از ۹}$$

$$\{x \in \mathbb{N} \mid 2x+1=5\} = \{2\} \rightarrow \text{مجموعه اعداد طبیعی که جواب معادله } 2x+1=5 \text{ است.} \quad \text{۴۲-}$$

$$\text{۴۳- } A: \text{کوچک‌ترین عضو } \leftarrow -6 \text{ و بزرگ‌ترین عضو } \leftarrow -2 \quad B: \text{کوچک‌ترین عضو } \leftarrow 0 \text{ و بزرگ‌ترین عضو } \leftarrow -1$$

$$C: \text{کوچک‌ترین عضو } \leftarrow 5 \text{ و بزرگ‌ترین عضو } \leftarrow \text{مشخص نیست.}$$

$$A = \{\} = \emptyset \quad \text{و} \quad B = \{10 \text{ و } 11 \text{ و } 12 \text{ و } 13 \text{ و } \dots\} \quad \text{و} \quad C = \{8 \text{ و } 9 \text{ و } 10 \text{ و } \dots\} \quad \text{۴۴-}$$

$$D = \{3 \times 0 \text{ و } 3 \times 1 \text{ و } 3 \times 2\} = \{0 \text{ و } 3 \text{ و } 6\} \quad \text{و} \quad E = \{-3 \text{ و } -2 \text{ و } -1 \text{ و } 0 \text{ و } 1 \text{ و } 2\}$$

$$F = \{1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4 \text{ و } 5\} \quad \text{و} \quad G = \{2 \text{ و } 1 \text{ و } 0 \text{ و } -1 \text{ و } \dots\} \quad \text{و} \quad H = \{0 \text{ و } 1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4 \text{ و } 5 \text{ و } 6 \text{ و } 7 \text{ و } 8 \text{ و } 9 \text{ و } 10\}$$

$$A = \{2 \text{ و } 1 \text{ و } 0 \text{ و } -1 \text{ و } \dots\} \quad \text{و} \quad B = \{0 \text{ و } 1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4\} \quad \text{و} \quad C = \{1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4\} \quad \text{و} \quad D = \{\} = \emptyset \quad \text{و} \quad E = \{-1 \text{ و } 0 \text{ و } 1 \text{ و } 2 \text{ و } \dots\} \quad \text{۴۵-}$$

$$F = \{\} = \emptyset \quad \text{و} \quad (x \in \mathbb{N} \text{ و } x < 3 \Rightarrow x = 1 \text{ و } 2) \Rightarrow G = \{4 \times 1 + 1 \text{ و } 4 \times 2 + 1\} = \{5 \text{ و } 9\}$$

$$H = \{(-2)^2 \text{ و } (-1)^2 \text{ و } (0)^2 \text{ و } (1)^2 \text{ و } (2)^2\} = \{4 \text{ و } 1 \text{ و } 0 \text{ و } 1 \text{ و } 4\} \Rightarrow H = \{0 \text{ و } 1 \text{ و } 4\}$$

$$A = \{3 \text{ و } 4 \text{ و } 5\} \quad B = \{4 \times 3 - 1 \text{ و } 4 \times 4 - 1 \text{ و } 4 \times 5 - 1 \text{ و } 4 \times 6 - 1\} = \{11 \text{ و } 15 \text{ و } 19 \text{ و } 23\} \quad \text{۴۶-}$$

$$C = \{-3 \text{ و } -2 \text{ و } -1 \text{ و } 0 \text{ و } 1 \text{ و } 2 \text{ و } 3\} \text{ و } x = -3 \Rightarrow (-3)^2 = 9 < 10 \text{ و } x = -2 \Rightarrow (-2)^2 = 4 < 10 \quad D = \{1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } \dots \text{ و } 29 \text{ و } 30\}$$

$$E = \{5^1 \text{ و } 5^2\} = \{5 \text{ و } 25\} \quad F = \{-2\} \Rightarrow 6x + 2 = -10 \Rightarrow 6x = -10 - 2 = -12 \Rightarrow x = \frac{-12}{6} = -2$$

$$G = \{-6 \text{ و } -5 \text{ و } -4 \text{ و } -3 \text{ و } -2 \text{ و } -1 \text{ و } 0 \text{ و } 1 \text{ و } 2\} \quad H = \{-2 \text{ و } -3 \text{ و } -4 \text{ و } \dots\}$$

سؤال‌های امتحانی بدون پاسخ

۱- جمله‌های درست را با «✓» و جمله‌های نادرست را با «x» مشخص کنید.

☐ الف، $O = \{2k-1 \mid k \in \mathbb{N}\}$ (چهارمخال و بختیاری، خرداد ۹۶)

☐ ب، هر مجموعه، زیر مجموعه خودش است. (اصفهان، خرداد ۹۶)

☐ پ، هر مجموعه زیر مجموعه، مجموعه تهی می‌باشد. (کرمانشاه، خرداد ۹۵)

☐ ت، مجموعه تهی زیر مجموعه همه مجموعه‌ها است. (سیستان و بلوچستان، خرداد ۹۶)

☐ ث، مجموعه اعداد اول، زیر مجموعه اعداد طبیعی است. (چهارمخال و بختیاری، خرداد ۹۵)

☐ ج، مجموعه اعداد اول یک‌رقمی دارای ۸ زیر مجموعه است. (گیلان - نوبت عصر، خرداد ۹۵)

☐ چ، مجموعه $\{x \in \mathbb{Z} \mid 0 < x < 3\}$ با مجموعه $\{x \in \mathbb{N} \mid x < 3\}$ مساوی است. (آذربایجان غربی، خرداد ۹۵)

☐ ح، با اضافه شدن هر عضو به یک مجموعه، تعداد زیر مجموعه‌ها دو برابر می‌شود. (همدان - نوبت صبح، خرداد ۹۶)

۲- هر يك از جمله‌های زیر را با عدد، کلمه یا عبارت مناسب کامل کنید.

الف، $\{4 \text{ و } \sqrt{9} \text{ و } 5\} = \{3 \text{ و } 5 \text{ و } \dots\dots\dots\}$ (قم - نوبت عصر، خرداد ۹۶)

ب) $\{5 \text{ و } -\frac{12}{3} \text{ و } -\sqrt{25}\} = \{4 \text{ و } -5 \text{ و } \dots\dots\dots\}$ (اصفهان، خرداد ۹۵)

پ) مجموعه $\{x \in \mathbb{Z} \mid 3x + 1 = 7\}$ شامل عضو است. (کرمان، خرداد ۹۶)

ت) یک مجموعه سه‌عضوی دارای زیر مجموعه است. (کهگیلویه و بویراحمد، خرداد ۹۶)

ث) هر گاه عضوهای مجموعه A همگی در B باشند، در این صورت مجموعه A B است و می‌نویسیم $A \subseteq B$ (آذربایجان غربی، خرداد ۹۵)

۳- کدامیک از مجموعه‌های زیر با مجموعه $\{x \in \mathbb{Z} \mid -1 < x \leq 2\}$ برابر است؟ (البرز - نوبت عصر، خرداد ۹۶)

$\{-٣, ٠, ٢\}$ (د ☐ $\{-٣, ٠, ٢, ٤\}$ (ج ☐ $\{٠, ٢, ٤\}$ (ب ☐ $\{٠, ٢\}$ (الف ☐

ع-اگر $A = \{۲ \text{ و } ۳ \text{ و } ۸\}$ باشد، کدام گزینه درست نیست؟ (خراسان شمالی، خرداد ۹۶)

$$\delta \notin A \text{ (د) } \square \quad \emptyset \subset A \text{ (ج) } \square \quad \{2, 8\} \in A \text{ (ب) } \square \quad 2 \in A \text{ (الف) } \square$$

۵- کدام يك از مجموعه‌های زیر، عضوهای مجموعه $\{k \in \mathbb{Z} \mid 3k+2\}$ را نشان می‌دهد؟ (خوزستان، خرداد ۹۶)

{٢ و ٥ و ٨ و ...} (ب □ {٥ و ٨ و ١١ و ...} (الف □

$$\{5, 1, 11, \dots, 32\} \text{ (ا)} \quad \{\dots, -5, -1, 2, 5, 1, \dots\} \text{ (ج)}$$

۱-۶. اگر $\{3\} = \{a-b \text{ و } 3a\}$ باشد، کدام گزینه در مورد a و b درست است؟ (کرمان، خرداد ۹۶)

$a + b = \xi$ (ا ☐) $a + b = \text{ث}$ (ج ☐) $a + b = \text{ب}$ (ب ☐) $a + b = \text{ا}$ (الف ☐)

۷- عبارت $\{\frac{a}{b} \mid a \text{ و } b \in \mathbb{Z} \text{ و } b \neq 0\}$ برای نمایش کدام مجموعه استفاده می‌شود؟ (گلستان، خرداد ۹۶)

☐ الف) اعداد حسابی ☐ ب) اعداد گویا ☐ ج) اعداد فرد طبیعی ☐ د) اعداد زوج طبیعی

۸- عضوهای مجموعه $\{x-1 \mid x \in \mathbb{N} \text{ و } x < 4\}$ برابر است با: (البرز - نوبت عصر، خرداد ۹۵)

☐ الف) $\{2, 5, 8, \dots\}$ ☐ ب) $\{2, 5, 8, 11\}$ ☐ ج) $\{2, 5, 8\}$ ☐ د) $\{-1, 2, 5, 8\}$

۹- کدام يك از مجموعه‌های زیر با مجموعه $\{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ و } -2 < x \leq 1\}$ برابر است؟ (کردستان، خرداد ۹۵)

$\{-٣, ٥, -١, ٥, ٥\}$ (د ☐ $\{-١, ٥, ٥\}$ (ج ☐ $\{-١, ٥, ٥, ٥, ١\}$ (ب ☐ $\{-٣, ٥, -١, ٥, ٥, ١\}$ (الف ☐

۱- مجموعه $\{\emptyset\}$ دارای زیرمجموعه می باشد. (کهگیلویه و بویراحمد، خرداد ۹۵)

☐ الف) ۲ ☐ ب) ۱ ☐ ج) صفر

۱۱- کدام گزینه نمایش مجموعهٔ عددهای طبیعی فرد می‌باشد؟ (گلستان، خرداد ۹۵)

$\{2x+1 \mid x \in \mathbb{W}\}$ (د ☐ $\{2x-1 \mid x \in \mathbb{W}\}$ (ج ☐ $\{2x+1 \mid x \in \mathbb{N}\}$ (ب ☐ $\{2x \mid x \in \mathbb{N}\}$ (الف ☐

۱۲- اگر $A = \{۰ و ۱\}$ ، کدامیک از رابطه‌های زیر درست است؟ (لرستان - نوبت عصر، خرداد ۹۵)

$\{1\} \in A$ (أ □)
 $\{1\} \subseteq A$ (ج □)
 $1 \subseteq A$ (ب □)
 $\{0\} \in A$ (الف □)

۱۳- جاهای خالی را در مجموعه‌های زیر طوری کامل کنید که مجموعه‌ها برابر باشند. (ایلام، بوشهر، خرداد ۹۶)

$$\text{الف) } \left\{ \frac{\gamma}{\varepsilon}, \dots, \gamma, \frac{\varepsilon\delta}{13} \right\} = \left\{ \sqrt{\frac{100}{\varepsilon}}, \frac{35}{\delta}, \gamma/\delta, \dots \right\} \quad \text{ب) } \left\{ \varepsilon, \dots, \frac{\gamma}{\psi}, \circ/\delta, \frac{\lambda}{\psi} \right\} = \left\{ \psi, 1/\delta, \frac{1}{\psi}, \dots, \sqrt{16} \right\}$$

۱۴- جاهای خالی را در مجموعه زیر طوری کامل کنید که مجموعه‌ها برابر باشند. (آذربایجان شرقی، خرداد ۹۵)

$$\{\frac{3}{\lambda}, -\varepsilon, \dots, -\frac{1}{\varepsilon}, \sqrt{\frac{9}{\lambda}}\} = \{\frac{3}{\varepsilon^3}, \dots, -\frac{1}{\varepsilon}, \sqrt{\frac{9}{\lambda}}\}$$

۱۵- در دو مجموعهٔ مساوی داده شده، جاهای خالی را با عدد مناسب کامل کنید. (خراسان شمالی، خرداد ۹۵)

$$\{r^3, \dots, \delta\} = \{\dots, \sqrt{25}, \sqrt{11}\}$$

۱۶- اگر دو مجموعه $C = \{a \text{ و } ۲ \text{ و } ۵\}$ و $D = \{b \text{ و } ۲ \text{ و } ۴\}$ باهم مساوی باشند، مقدارهای a و b را مشخص کنید. (آذربایجان غربی، خرداد ۹۶)

۱۷- اگر $A = \{۶ \text{ و } ۲ \text{ و } a+۵\}$ و $B = \{۶ \text{ و } ۹ \text{ و } b-۷\}$ دو مجموعه مساوی باشند، مقدارهای a و b را حساب کنید. (لرستان - نوبت صبح، خرداد ۹۶)

۱۸- دو مجموعه $A = \{۵ \text{ و } y\}$ و $B = \{۴ \text{ و } x+y\}$ باهم برابرند. مقدار $۳x-y$ را به دست آورید. (لرستان - نوبت عصر، خرداد ۹۵)

۱۹- عضوهای مجموعه مقابل را بنویسید. (لرستان - نوبت صبح، خرداد ۹۶)

$$\{x \in \mathbb{N} \mid x \leq ۲\}$$

۲۰- مجموعه مقابل را با عضوهایش مشخص کنید. (اصفهان، خرداد ۹۶)

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ و } x < ۴\}$$

۲۱- هریک از مجموعه‌های زیر را با نوشتن عضوهایش مشخص کنید.

$$A = \{۲x-۱ \mid x \in \mathbb{N} \text{ و } x \leq ۲\}$$

$$B = \{۲x+۳ \mid x \in \mathbb{N} \text{ و } x \leq ۳\} \quad (\text{هرمزگان، خرداد ۹۵})$$

$$C = \{۵n+۳ \mid n \in \mathbb{N}\}$$

$$D = \{x^2-۱ \mid x \in \mathbb{Z} \text{ و } -۳ < x < ۳\} \quad (\text{قم - نوبت عصر، خرداد ۹۶})$$

$$E = \{۳x+۱ \mid x \in \mathbb{Z} \text{ و } -۲ < x \leq ۵\}$$

$$F = \{۴x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ و } -۲ \leq x < ۲\} \quad (\text{مرکزی، خرداد ۹۵})$$

۲۲- هریک از مجموعه‌های زیر را با نوشتن عضوهایش مشخص کنید.

$$A = \{x+۱ \mid x \in \mathbb{N} \text{ و } x < ۳\}$$

$$B = \{۴k \mid k \in \mathbb{Z} \text{ و } -۱ < k < ۲\} \quad (\text{سمنان، خرداد ۹۶})$$

$$C = \{x-۱ \mid x \in \mathbb{Z} \text{ و } -۲ \leq x \leq ۲\}$$

$$D = \{۲x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ و } ۱ < x \leq ۴\} \quad (\text{کرمانشاه، خرداد ۹۵})$$

$$E = \{۵k \mid k \in \mathbb{Z} \text{ و } ۴ < k \leq ۷\}$$

$$F = \{۳x \mid x \in \mathbb{N} \text{ و } -۳ \leq x < ۳\} \quad (\text{خراسان جنوبی، خرداد ۹۵})$$

۲۳- مجموعه $A = \{۲x+۱ \mid x \in \mathbb{N}\}$ را با نوشتن عضوهایش مشخص کنید. (گیلان - نوبت صبح، خرداد ۹۵)

۲۴- مجموعه $A = \{۵n+۲ \mid n \in \mathbb{W}\}$ را با عضوهایش مشخص کنید. (بوشهر، خرداد ۹۵)

۲۵- عضوهای مجموعه $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ و } ۲x+۱ < ۱۱\}$ را مشخص کنید. (چهارمحال و بختیاری، خرداد ۹۵)

۲۶- تمام زیرمجموعه‌های مجموعه $C = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ و } -۳x+۵ = ۲\}$ را بنویسید. (خراسان رضوی - نوبت صبح، خرداد ۹۵)

۲۷- مجموعه $A = \{x \in \mathbb{N} \mid -۴ \leq x < ۵\}$ را در نظر بگیرید. (گیلان - نوبت عصر، خرداد ۹۵)

الف) مجموعه A دارای چند عضو است؟

ب) زیرمجموعه‌ای از A به نام B بنویسید که عضوهایش زوج باشد.

$$D = \{x^2-۵ \mid x \in \mathbb{N} \text{ و } x \leq ۴\}$$

۲۸- مجموعه مقابل را با عضوهایش بنویسید. (مازندران - نوبت صبح، خرداد ۹۶)

$$B = \{۲ \text{ و } ۴ \text{ و } ۶ \text{ و } ۸ \text{ و } \dots\}$$

۲۹- مجموعه مقابل را با نماد (علائم) ریاضی بنویسید. (مرکزی، خرداد ۹۵)

$$A = \{۱۰ \text{ و } ۲۰ \text{ و } ۳۰ \text{ و } \dots\}$$

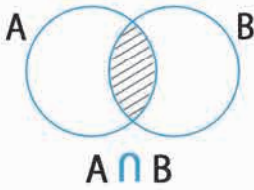
۳۰- مجموعه مقابل را با نماد ریاضی بنویسید. (سیستان و بلوچستان، خرداد ۹۶)

$$C = \{۷ \text{ و } ۸ \text{ و } ۹ \text{ و } \dots\}$$

۳۱- مجموعه مقابل را با نماد ریاضی بنویسید. (سیستان و بلوچستان، خرداد ۹۵)

$$E = \{۱ \text{ و } \dots \text{ و } ۳ \text{ و } ۴ \text{ و } ۵\}$$

۳۲- مجموعه مقابل را به زبان ریاضی بنویسید. (خراسان شمالی، خرداد ۹۶)



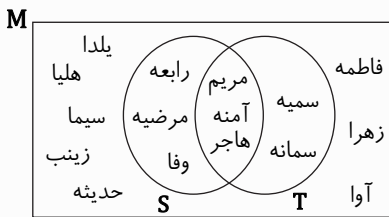
اجتماع، اشتراک و تفاضل مجموعه‌ها

درس سوم

آموزش

اجتماع و اشتراک مجموعه‌ها

مربی پرورشی از بین دانش‌آموزان کلاس نهم (ب) (که در درس‌های قبلی معرفی شدند) گروهی را برای اجرای سرود مدرسه انتخاب کرد که اسامی آنها عبارت‌اند از:

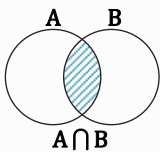


{وفا و مرضیه و رابعه و هاجر و آمنه و مریم} = S. گروه تتاتر را با T، گروه سرود را با S و کلاس نهم (ب) را با M نام‌گذاری می‌کنیم و این گروه‌بندی را با نمودارِ وِن مقابل نشان می‌دهیم. در نمودار مقابل، مریم، آمنه و هاجر عضو هر دو گروه هستند. سمیه و سمانه فقط عضو گروه تتاتر و رابعه، مرضیه و وفا فقط عضو گروه سرود هستند. مجموعه‌های زیر را با اعضایشان به صورت زیر می‌توان تشکیل داد.

{هاجر و آمنه و مریم} = مجموعه دانش‌آموزانی که در هر دو گروه عضو هستند.

{وفا و مرضیه و رابعه و سمیه و سمانه و هاجر و آمنه و مریم} = مجموعه دانش‌آموزانی که حداقل در یکی از این دو گروه عضو هستند.

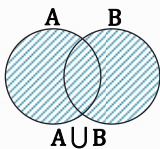
تعریف: اگر A و B دو مجموعه باشند، مجموعه‌ای که اعضای آن هم عضو A و هم عضو B باشند را اشتراک دو



مجموعه A و B می‌نامیم و با نماد $A \cap B$ نشان می‌دهیم که خوانده می‌شود: اشتراک

اشتراک دو مجموعه A و B به زبان ریاضی عبارت است از: $A \cap B = \{x | x \in A \text{ و } x \in B\}$ در نمودار مقابل قسمت هاشورخورده، اشتراک دو مجموعه A و B را نشان می‌دهد.

تعریف: اگر A و B دو مجموعه باشند، مجموعه‌ای که اعضای آن شامل همه اعضای دو مجموعه A و B است را



اجتماع دو مجموعه A و B می‌نامیم و با نماد $A \cup B$ نشان می‌دهیم که خوانده می‌شود: اجتماع

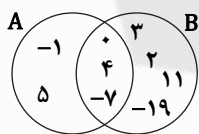
تعریف دیگر: اجتماع دو مجموعه A و B شامل عضوهایی است که یا در A باشند یا در B

تعریف دیگر: اجتماع دو مجموعه A و B شامل عضوهایی است که حداقل در یکی از دو مجموعه A یا B باشند.

اجتماع دو مجموعه A و B به زبان ریاضی عبارت است از: $A \cup B = \{x | x \in A \text{ یا } x \in B\}$ ، در نمودار بالا قسمت هاشورخورده، اجتماع دو مجموعه A و B را نشان می‌دهد.

در مثال بالا: {هاجر و آمنه و مریم} = $T \cap S$ = مجموعه دانش‌آموزانی که در هر دو گروه عضو هستند.

{وفا و مرضیه و رابعه و سمیه و سمانه و هاجر و آمنه و مریم} = $T \cup S$ = مجموعه دانش‌آموزانی که حداقل در یکی از این دو گروه عضو هستند.



مثال ۱: باتوجه به نمودار مقابل مجموعه‌های A، B و سپس $A \cap B$ و $A \cup B$ را با اعضایشان تشکیل دهید.

پاسخ: $A = \{-1 \text{ و } 5 \text{ و } 4 \text{ و } -7\}$ و $B = \{3 \text{ و } 2 \text{ و } 11 \text{ و } -19\}$

$A \cap B = \{4 \text{ و } -7\}$ و $A \cup B = \{-1 \text{ و } 5 \text{ و } 4 \text{ و } -7 \text{ و } 3 \text{ و } 2 \text{ و } 11 \text{ و } -19\}$

مثال ۲: اگر $D = \{a \text{ و } b \text{ و } c \text{ و } d \text{ و } e \text{ و } f\}$ و $C = \{a \text{ و } e \text{ و } i \text{ و } o \text{ و } u\}$ باشند، مجموعه $C \cap D$ و $C \cup D$ را با اعضایشان تشکیل دهید.

پاسخ: $C \cap D = \{a \text{ و } e\}$ و $C \cup D = \{a \text{ و } b \text{ و } c \text{ و } d \text{ و } e \text{ و } f \text{ و } i \text{ و } o \text{ و } u\}$