



پایه نهم

دوره اول متوسطه

ریاضی کامل

- آموزش همراه با مطالب تکمیلی
- سؤال‌های امتحانی با پاسخ
- تمرین‌های ویژه بدون پاسخ
- چهارگزینه با پاسخ تشریحی

فهرست مطالب

۶	فصل ۱ – مجموعه‌ها
۷	آموزش
۱۹	سؤال‌های امتحانی با پاسخ
۴۵	تمرین ویژه
۴۹	چهارگزینه
۶۵	فصل ۲ – عددهای حقیقی
۶۶	آموزش
۸۰	سؤال‌های امتحانی با پاسخ
۹۸	تمرین ویژه
۱۰۲	چهارگزینه
۱۱۶	فصل ۳ – استدلال و اثبات در هندسه
۱۱۷	آموزش
۱۲۸	سؤال‌های امتحانی با پاسخ
۱۴۴	تمرین ویژه
۱۴۹	چهارگزینه
۱۶۷	فصل ۴ – توان و ریشه
۱۶۸	آموزش
۱۷۹	سؤال‌های امتحانی با پاسخ
۲۰۴	تمرین ویژه
۲۰۸	چهارگزینه
۲۲۸	فصل ۵ – عبارت‌های جبری
۲۲۹	آموزش
۲۴۶	سؤال‌های امتحانی با پاسخ
۲۶۹	تمرین ویژه
۲۷۳	چهارگزینه

فصل ۶ - خط و معادله‌های خطی ۲۹۴

آموزش ۲۹۵

سؤال‌های امتحانی با پاسخ ۳۰۶

تمرین ویژه ۳۳۶

چهارگزینه ۳۴۲

فصل ۷ - عبارت‌های گویا ۳۶۶

آموزش ۳۶۷

سؤال‌های امتحانی با پاسخ ۳۷۵

تمرین ویژه ۳۹۸

چهارگزینه ۴۰۱

فصل ۸ - حجم و مساحت ۴۲۰

آموزش ۴۲۱

سؤال‌های امتحانی با پاسخ ۴۳۱

چهارگزینه ۴۴۷

آزمون هماهنگ ریاضی ورود به مدارس نمونه‌دولتی - استان البرز ۱۴۰۱-۱۴۰۲ ۴۶۷

آزمون هماهنگ ریاضی ورود به مدارس نمونه‌دولتی - استان خراسان رضوی ۱۴۰۱-۱۴۰۲ ۴۷۰

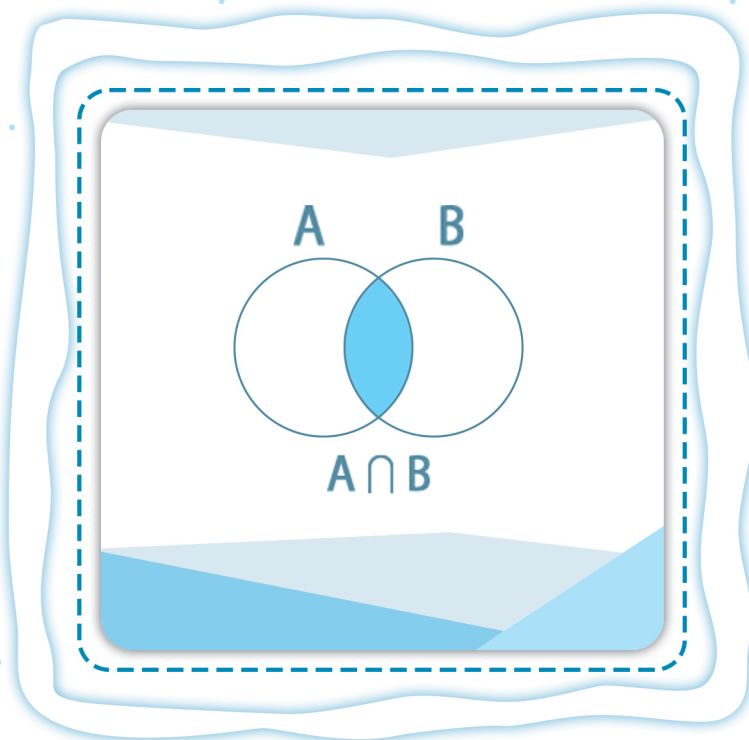
آزمون هماهنگ ریاضی ورود به مدارس نمونه‌دولتی - استان خوزستان ۱۴۰۱-۱۴۰۲ ۴۷۴

آزمون هماهنگ ریاضی ورود به مدارس نمونه‌دولتی - استان یزد ۱۴۰۱-۱۴۰۲ ۴۷۷

فصل ۱

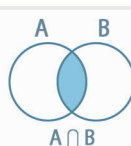
- ◆ معرفی مجموعه
- ◆ مجموعه‌های برابر و نمایش مجموعه‌ها
- ◆ اجتماع، اشتراک و تفاضل مجموعه‌ها
- ◆ مجموعه‌ها و احتمال

مجموعه‌ها





درس اول: معرفی مجموعه



آموزش

اسامی دانش‌آموزان کلاس نهم «ب» به صورت زیر است:

«مریم، سمیه، آمنه، هاجر، سمانه، رابعه، مرضیه، وفا، فاطمه، زهرا، آوا، حدیثه، زینب، هلیا، سیما، یلدا»

مربی پرورشی گروهی را برای اجرای تئاتر مدرسه انتخاب کرد که اسامی آنها عبارت است از: «مریم، سمیه، آمنه، هاجر و سمانه»

اسامی گروه تئاتر را داخل دو آکلاด قرار می‌دهیم و آن را با حرف T نام‌گذاری می‌کنیم. {سمانه، هاجر، آمنه، سمیه، مریم} = T در این صورت مجموعه گروه تئاتر مدرسه را تشکیل داده‌ایم که گروهی از دانش‌آموزان مشخص و متمایز (غیرتکراری) هستند.

معرفی مجموعه

تعریف: در ریاضی از واژه مجموعه «برای نشان دادن دسته یا گروهی از اشیاء مشخص و متمایز (غیرتکراری) استفاده می‌شود».

در یک مجموعه عضویت اشیاء باید کاملاً مشخص باشد.

مثال ۱: برای هریک از عبارت‌های زیر در صورت امکان یک مجموعه تشکیل دهید.

(الف) چهار سینمای معروف: نمی‌توان یک مجموعه تشکیل داد، زیرا اعضای مجموعه مشخص نیستند.

(ب) اعداد اول کوچک‌تر از ۱۰: می‌توان یک مجموعه تشکیل داد زیرا اعضای مجموعه مشخص است و عبارت‌اند از: {۲ و ۳ و ۵ و ۷}

(پ) حروف سه نقطه الفبای فارسی: می‌توان یک مجموعه تشکیل داد و اعضای آن عبارت‌اند از: {پ، ژ، چ، ث، ش}

(ت) سه حرف الفبای انگلیسی: نمی‌توان یک مجموعه تشکیل داد.

(ث) اعداد طبیعی بزرگ‌تر از ۱۰۰۰۰۰: می‌توان مجموعه تشکیل داد: {۱۰۰۰۰۰۱ و ۱۰۰۰۰۰۲ و ۱۰۰۰۰۰۳ و ...}

مثال ۲: آیا نحوه نوشتن مجموعه $B = \{-۵ و ۱ و ۷ و -۵ و ۳\}$ صحیح است؟ چرا؟

پاسخ: خیر، زیرا اعضای هر مجموعه باید متمایز باشند، در صورتی که -۵ دو بار تکرار شده است. پس به صورت $B = \{-۵ و ۱ و ۷ و ۳\}$ صحیح است.

اعضای یک مجموعه را داخل دو آکلاد { } قرار می‌دهند.

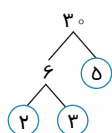
مجموعه را با حروف بزرگ انگلیسی (A, B, C و ...) نام‌گذاری می‌کنند.

اعضای مجموعه را معمولاً با علامت «،» یا «،» یا «و» از یکدیگر جدا می‌کنند.

در نوشتن اعضای یک مجموعه، جابه‌جایی اعضا مهم نیست.

مثال ۳: مجموعه شمارنده‌های اول عدد ۳۰ را بنویسید.

پاسخ: {۲ و ۵ و ۳} یا {۳ و ۲ و ۵} یا {۵ و ۳ و ۲} همه صحیح هستند.



عضویت و عدم عضویت

در مثالی که داشتیم به هریک از دانش‌آموزان گروه تئاتر یک عضو مجموعه T می‌گویند. بنابراین مجموعه T، ۵ عضو دارد. برای آنکه نشان دهیم

هاجر عضو مجموعه T است، می‌بایست از نماد « $\in$ هاجر» استفاده کنیم و می‌خوانیم: «هاجر متعلق است به مجموعه T» یا «هاجر عضو مجموعه T است».

وفا عضو مجموعه T نیست. این مطلب را به صورت « $\notin$ وفا» نمایش می‌دهیم و می‌خوانیم «وفا متعلق به مجموعه T نیست» یا «وفا

عضو مجموعه T نیست». بنابراین $\in$ را علامت عضویت و $\notin$ را علامت عدم عضویت می‌گویند.

مثال ۴: الف) مجموعه اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۶ را به صورت یک مجموعه نوشته و آن را A بنامید.

پاسخ: $A = \{۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵\}$

(ب) عبارت‌های زیر را به زبان ریاضی بنویسید. (با علامت $\in$ یا $\notin$)

(۱) عدد ۲ عضو مجموعه A است: $2 \in A$ (۲) عدد ۶ عضو مجموعه A نیست: $6 \notin A$

مثال ۲: اگر $F = \{9 \text{ و } \dots \text{ و } -7 \text{ و } -8 \text{ و } -9\}$ باشد، درستی یا نادرستی عبارت‌ها را مشخص کنید.

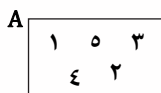
درست $\rightarrow -5 \in F$ (پ) درست $\rightarrow 0 \in F$ (ب) نادرست $\rightarrow 5 \notin F$ (الف)

نمایش مجموعه‌ها با استفاده از نمودار ون

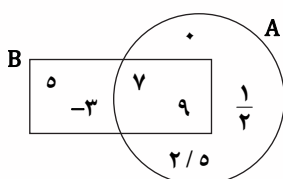
گاهی اوقات اعضای مجموعه را داخل یک منحنی بسته یا خط شکسته قرار می‌دهند که به این نوع نمایش مجموعه‌ها، نمودار ون می‌گویند.

مثال ۱: باتوجه به مثال (۱) در صفحه قبل مجموعه A را با نمودار ون نشان دهید.

پاسخ:



مثال ۲: باتوجه به نمودار ون اعضای مجموعه‌های A و B را مشخص نمایید.



پاسخ: $B = \{-3 \text{ و } 5 \text{ و } 9\}$ و $A = \{0 \text{ و } \frac{1}{4} \text{ و } \frac{2}{5} \text{ و } 7 \text{ و } 9\}$

مجموعه تهی

تعریف: مجموعه‌ای که هیچ عضوی ندارد را مجموعه تهی می‌نامند و به صورت $\emptyset$ یا $\{\}$ نمایش می‌دهند. علامت $\emptyset$ یکی از حروف یونانی است که به آن فی می‌گویند.

مثال ۱: مجموعه اعداد طبیعی کوچک‌تر از یک را نشان دهید.

پاسخ: $\{\}$ یا $\emptyset$

مثال ۲: کدام یک از عبارت‌های زیر یک مجموعه تهی است؟

(الف) مجموعه اعداد طبیعی بین -3 و -4 (ب) مجموعه ضرب‌های عدد ۷ که اول هستند. (پ) مجموعه حروف چهار نقطه الفبای فارسی
پاسخ: قسمت (الف) و (پ) یک مجموعه تهی هستند.

درس دوم: مجموعه‌های برابر و نمایش مجموعه‌ها

دو مجموعه برابر

مجموعه A شامل اعداد طبیعی و دو رقمی زوج کوچک‌تر از ۲۰ است.
مجموعه B شامل ضرب‌های عدد ۲ بین ۹ و ۱۹ است.
(الف) هریک از مجموعه‌های A و B چند عضو دارد؟ پاسخ: مجموعه A شامل ۵ عضو و مجموعه B شامل ۵ عضو است.

(ب) آیا هر عضو A در مجموعه B است؟ پاسخ: بله

(پ) آیا هر عضو B در مجموعه A است؟ پاسخ: بله

تعریف: اگر تعداد اعضای دو مجموعه A و B یکسان باشند و هر عضو A ، عضوی از B و هر عضو B ، عضوی از A باشد، در این صورت دو مجموعه A و B برابر هستند و می‌نویسیم: $A = B$

مثال ۱: اگر $C = \{\text{سه عدد فرد متوالی که میانگین آنها برابر با ۵ باشد}\}$ و $D = \{\text{اعداد اول بین ۲ و ۸}\}$ باشند، آیا مجموعه C و D باهم مساوی هستند؟

پاسخ: $C = \{3 \text{ و } 5 \text{ و } 7\}$ و $D = \{3 \text{ و } 5 \text{ و } 7\}$

مجموعه‌های C و D شامل ۳ عضو هستند و هر عضو C عضوی از D و هر عضو D ، عضوی از C است. پس $C = D$ است.

مثال ۲: در مجموعه‌های زیر جاهای خالی را طوری کامل کنید که دو مجموعه برابر باشند.

پاسخ: ۱۷ عضو مجموعه سمت راست و ۶ عضو مجموعه سمت چپ است. $\left\{ \frac{5}{8}, \frac{\sqrt{121}}{11}, \dots, -4, \frac{7}{2} \right\} = \left\{ \frac{-2^4}{2^2}, \dots, 1, \frac{3}{5}, 17 \right\}$

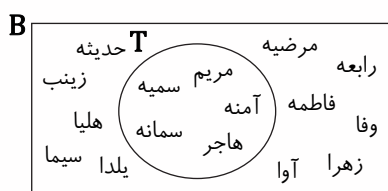
مثال ۳: اگر مجموعه A شامل شماره‌های طبیعی عدد ۶ و مجموعه B شامل اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۷ باشند، آیا $A = B$ است؟ چرا؟

پاسخ: خیر، زیرا $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ و $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ است. عددهای ۴ و ۵ عضو B هستند، ولی در A نیستند.

✎ اگر عضوی در A باشد که در B نباشد، یا عضوی در B باشد که در A نباشد، در این صورت مجموعه‌های A و B باهم برابر نیستند و می‌نویسیم: $A \neq B$

زیر مجموعه

اگر در مثال درس اول مجموعه دانش‌آموزان کلاس نهم «ب» را با B و دانش‌آموزان گروه تئاتر را با T نشان دهیم، می‌توانیم نمودار ون این دو مجموعه را به صورت مقابل نشان دهیم.



باتوجه به نمودار مقابل هر عضو T (گروه تئاتر) عضوی از B (کلاس نهم ب) است. پس می‌توان گفت که مجموعه T زیرمجموعه مجموعه B است.

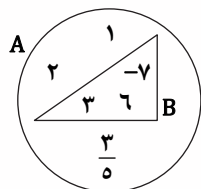
تعریف: اگر A و B دو مجموعه باشند و همه اعضای مجموعه A عضو مجموعه B باشند، در این صورت A زیرمجموعه B است و می‌نویسیم: $A \subseteq B$

مثال ۱: $\{\text{دانش‌آموزان مدرسه شما}\} \subseteq \{\text{دانش‌آموزان کلاس شما}\}$ (الف)

(ب) $\{\text{چهارضلعی‌ها}\} \subseteq \{\text{مربع‌ها}\}$

(پ) $\{\text{اعداد اول}\} \subseteq \mathbb{N}$ (مجموعه اعداد طبیعی است)

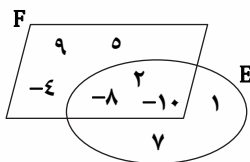
مثال ۲: باتوجه به نمودار زیر مجموعه‌های A و B را با اعضا مشخص کنید و تحقیق کنید که آیا $B \subseteq A$ برقرار است یا خیر؟



پاسخ: $B = \{1, 2, 3, 6, -7\}$ و $A = \{1, 2, 3, 6, -7, \frac{3}{5}\}$

می‌توان مشاهده کرد که تمام عضوهای مجموعه B در مجموعه A است. پس خواهیم داشت: $B \subseteq A$

مثال ۳: باتوجه به نمودار زیر مجموعه‌های F و E را با اعضا مشخص کنید و تحقیق کنید که آیا $E \subseteq F$ برقرار است یا خیر؟



پاسخ: $F = \{1, 2, 5, 9, -4, -8, -10\}$ و $E = \{1, 2, 7, -8, -10\}$

می‌توان مشاهده کرد که اعداد ۱ و ۷ عضو E هستند ولی عضو F نیستند، یعنی مجموعه E زیرمجموعه F نیست.

در این صورت می‌نویسیم: $E \not\subseteq F$

✎ اگر A و B دو مجموعه باشند و عضوی در مجموعه A باشد که در مجموعه B نباشد، پس مجموعه A زیرمجموعه مجموعه B نیست و می‌نویسیم: $A \not\subseteq B$

✎ هر مجموعه، زیرمجموعه خودش است: $A \subseteq A$

مثال: اگر $A = \{-1, 3, \frac{4}{8}\}$ باشد، تحقیق کنید آیا $A \subseteq A$ است؟

پاسخ: بله، زیرا هر عضو A در خود مجموعه A قرار دارد.

مجموعه تهی زیرمجموعه هر مجموعه دلخواهی است: $\emptyset \subseteq A$

مثال ۱: درستی یا نادرستی رابطه‌های زیر را مشخص کرده و دلیل آن را بنویسید.

(الف) حروف الفبای انگلیسی $\subseteq \{a \text{ و } o \text{ و } i \text{ و } e \text{ و } u\}$: درست است، همه حروف مجموعه سمت چپ در بین حروف الفبای انگلیسی هستند.

(ب) $\{5 \text{ و } 4 \text{ و } -3 \text{ و } 7 \text{ و } 1 \text{ و } 0\} \not\subseteq \{5 \text{ و } -3 \text{ و } 0\}$: نادرست است، زیرا هر عضو مجموعه سمت چپ عضو از مجموعه سمت راست است و باید علامت $\subseteq$ قرار گیرد.

(پ) $\{2 \text{ و } 1 \text{ و } c \text{ و } a\} \subseteq \{b \text{ و } 2 \text{ و } a \text{ و } 1\}$: نادرست است، زیرا b در مجموعه سمت چپ است که در مجموعه سمت راست نیست.

(ت) $\{15 \text{ و } \dots \text{ و } 2 \text{ و } 1\} \subseteq \{4 \text{ و } 3 \text{ و } 2 \text{ و } 1\}$: درست است، زیرا هر عضو مجموعه سمت چپ عضو از مجموعه سمت راست است.

مثال ۲: باتوجه به مجموعه‌های A ، B و C درستی یا نادرستی عبارت‌ها را مشخص کنید.

$$A = \{-4 \text{ و } -3 \text{ و } -2 \text{ و } \dots \text{ و } 3 \text{ و } 4\} \quad B = \{2 \text{ و } 3 \text{ و } 4\} \quad C = \{0 \text{ و } 1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4 \text{ و } 5\}$$

درست $B \subseteq B$ (ث) درست $\emptyset \subseteq C$ (ت) نادرست $B \not\subseteq C$ (پ) نادرست $C \subseteq A$ (ب) درست $B \subseteq A$ (الف)

مثال ۳: همه زیرمجموعه‌های $B = \{10 \text{ و } 11 \text{ و } 12\}$ را بنویسید.

پاسخ: برای نوشتن زیرمجموعه‌های یک مجموعه ابتدا زیرمجموعه‌های تک عضوی، سپس دو عضوی و ... را می‌نویسیم. سپس باتوجه به نکته‌های قبل $\emptyset$ و خود مجموعه را نیز به عنوان زیرمجموعه می‌نویسیم.

بنابراین زیرمجموعه‌های B عبارت‌اند از: $\{10 \text{ و } 11 \text{ و } 12\}$ ، $\{10 \text{ و } 12\}$ ، $\{11 \text{ و } 12\}$ ، $\{10 \text{ و } 11\}$ ، $\{10\}$ ، $\{11\}$ ، $\{12\}$ ، $\emptyset$
مجموعه B ، ۸ زیرمجموعه دارد.

مثال ۴: اگر مجموعه‌های $A = \{0 \text{ و } -1\}$ و $B = \{0 \text{ و } -1 \text{ و } 7\}$ و $C = \{0 \text{ و } 7 \text{ و } -1 \text{ و } 14\}$ باشند:

(الف) آیا $A \subseteq B$ است؟ چرا؟ (ب) آیا $B \subseteq C$ است؟ چرا؟

(پ) آیا باتوجه به قسمت‌های (الف) و (ب) می‌توان نتیجه گرفت که $A \subseteq C$ است؟ چرا؟

پاسخ: (الف) بله، زیرا هر عضو A در B است. (ب) بله، زیرا هر عضو B در C است.

(پ) بله، زیرا هر عضو A در B و هر عضو B در C است. پس می‌توان نتیجه گرفت که هر عضو A در C قرار دارد.

✎ اگر A ، B و C سه مجموعه باشند و داشته باشیم $\begin{cases} A \subseteq B \\ B \subseteq C \end{cases}$ آنگاه می‌توان نتیجه گرفت که $A \subseteq C$ است.

تعداد زیرمجموعه‌ها

تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه از رابطه 2^n به دست می‌آید که n تعداد اعضای مجموعه است.

$$n = 4 \Rightarrow 2^4 = 16$$

مثال ۱: مجموعه $A = \{e \text{ و } f \text{ و } c \text{ و } d\}$ چند زیرمجموعه دارد؟

پاسخ: مجموعه A ، ۱۶ زیرمجموعه دارد که عبارت‌اند از:

$$\emptyset, \{e\}, \{f\}, \{c\}, \{d\}, \{e \text{ و } f\}, \{e \text{ و } c\}, \{e \text{ و } d\}, \{f \text{ و } c\}, \{f \text{ و } d\}, \{e \text{ و } c \text{ و } d\}, \{e \text{ و } f \text{ و } c\}, \{e \text{ و } f \text{ و } d\}, \{f \text{ و } c \text{ و } d\}, \{e \text{ و } c \text{ و } d\}, \{e \text{ و } f \text{ و } c \text{ و } d\}$$

مثال ۲: مجموعه G دارای ۳۲ زیرمجموعه است. این مجموعه چند عضو دارد؟

$$2^n = 32 = 2^5 \Rightarrow n = 5$$

پاسخ: مجموعه G دارای ۵ عضو است.

نمایش مجموعه

هر مجموعه را می‌توان به چهار شیوه نوشت:

۱- به زبان فارسی

۲- با اعضا

۳- با نمودار ون

۴- به زبان ریاضی (با نمادهای ریاضی)

۱- به زبان فارسی: ویژگی مشترک اعضای یک مجموعه با عبارت‌های فارسی بیان می‌شود.

مثال: مجموعه اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۷

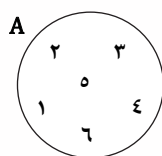
۲- با اعضا: نمایش تک‌تک اعضا که بین دو آکولاد قرار گرفته‌اند.

$$A = \{1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4 \text{ و } 5 \text{ و } 6\}$$

مثال:

۳- با نمودار ون: اعضای یک مجموعه در داخل یک خط بسته قرار می‌گیرد.

مثال:



۴- به زبان ریاضی (با نمادهای ریاضی): برای نشان دادن یک مجموعه با نمادهای ریاضی باید یک متغیر را به‌عنوان نماینده اعضای مجموعه مشخص کنیم و ویژگی مشترکی که بین همه اعضای مجموعه قرار دارد را به زبان ریاضی به آن متغیر نسبت دهیم.

مثال: مجموعه اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۷ را به زبان ریاضی بنویسید.

(الف) ابتدا یک حرف کوچک انگلیسی مانند x یا هر حرف کوچک دیگر را به‌عنوان نماینده تمام اعضا در داخل مجموعه می‌نویسیم: $\{x$

(ب) مجموعه بزرگی که اعضای موردنظر زیرمجموعه‌ای از آن می‌باشد را معرفی می‌کنیم: $\{x \in \mathbb{N}$

(پ) علامت « $|$ » را قرار می‌دهیم: $\{x \in \mathbb{N} |$

(ت) با استفاده از علامت‌های $(<)$ یا $(\geq)$ یا نمادهای دیگر ریاضی محدوده اعداد موردنظر در آن مجموعه بزرگ را مشخص می‌نماییم.

$$\{x \in \mathbb{N} | x < 7\} \text{ یا } \{x \in \mathbb{N} | x \leq 6\}$$

نوشتن مجموعه به زبان ریاضی برای مجموعه‌هایی که تعداد اعضای مجموعه زیاد باشد، مفید است.

مثال: برای نوشتن مجموعه ضرب‌های طبیعی عدد ۵ با نمادهای ریاضی، $5k$ را به‌عنوان نماینده اعضا در نظر می‌گیریم که در آن $k \in \mathbb{N}$ است و می‌نویسیم $\{5k | k \in \mathbb{N}\}$ که خوانده می‌شود مجموعه اعدادی که به شکل $5k$ هستند، به‌طوری که k متعلق به مجموعه اعداد طبیعی است.

در نوشتن یک مجموعه به زبان ریاضی علامت « $|$ » خوانده می‌شود «به‌طوری که» یا «به‌شرطی که» یا «به‌قسمی که».

در زیر چند مجموعه را به زبان فارسی یا با نوشتن اعضا و یا به زبان ریاضی نشان می‌دهیم.

(الف) مجموعه اعداد طبیعی زوج $\rightarrow \{2k | k \in \mathbb{N}\} = \{2 \text{ و } 4 \text{ و } 6 \text{ و } 8 \text{ و } \dots\}$

(ب) مجموعه اعداد طبیعی فرد $\rightarrow \{2k-1 | k \in \mathbb{N}\} = \{1 \text{ و } 3 \text{ و } 5 \text{ و } 7 \text{ و } 9 \text{ و } \dots\}$

(پ) مجموعه اعداد صحیح یک‌رقمی $\rightarrow \{x \in \mathbb{Z} | -9 \leq x \leq 9\} = \{-9 \text{ و } -8 \text{ و } -7 \text{ و } \dots \text{ و } 8 \text{ و } 9\}$

(ت) مجموعه شماره‌های طبیعی عدد ۲۰ $\rightarrow \{x \in \mathbb{N} | \frac{x}{20} \in \mathbb{N}\} = \{1 \text{ و } 2 \text{ و } 4 \text{ و } 5 \text{ و } 10 \text{ و } 20\}$

(ث) مجموعه اعداد طبیعی بین ۱۱ و ۱۷ $\rightarrow \{x \in \mathbb{N} | 11 < x < 17\} = \{12 \text{ و } 13 \text{ و } 14 \text{ و } 15 \text{ و } 16\}$ یا $\{x \in \mathbb{N} | 12 \leq x \leq 16\}$

مثال: مجموعه $A = \{2k - 3 \mid k \in \mathbb{N}\}$ را با اعضا مشخص کنید. برای نوشتن اعضای مجموعه A از جدول زیر استفاده می‌کنیم.

k	۱	۲	۳	۴	۵	...
$2k - 3$	$(2 \times 1) - 3 = -1$	$(2 \times 2) - 3 = 1$	$(2 \times 3) - 3 = 3$	$(2 \times 4) - 3 = 5$	$(2 \times 5) - 3 = 7$	...

پس می‌نویسیم: $A = \{-1, 1, 3, 5, 7, \dots\}$

مجموعه‌های بزرگ اعداد را می‌توان به صورت زیر به زبان فارسی یا با نوشتن اعضا و یا به زبان ریاضی نوشت.

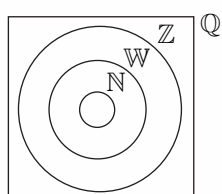
$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$: مجموعه اعداد حسابی $\mathbb{W} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$: مجموعه اعداد طبیعی

$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$: مجموعه اعداد صحیح $\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z} \text{ و } b \neq 0\}$: مجموعه اعداد گویا

مجموعه اعداد گویا را نمی‌توان با اعضا نشان داد، زیرا اولین عدد بزرگ‌تر یا کوچک‌تر از هر عدد گویا مشخص نیست.

مجموعه اعداد طبیعی زوج را با E و مجموعه اعداد طبیعی فرد را با O نشان می‌دهیم.

وضعیت مجموعه‌های $\mathbb{N}$ ، $\mathbb{W}$ ، $\mathbb{Z}$ و $\mathbb{Q}$ را نسبت به هم می‌توان به کمک نمودار ون طبق شکل زیر نشان داد.



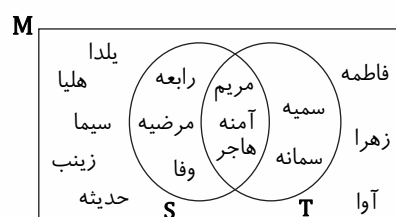
مطابق نمودار مقابل: هر عضو مجموعه اعداد طبیعی عضوی از مجموعه‌های $\mathbb{W}$ ، $\mathbb{Z}$ و $\mathbb{Q}$ ، هر عضو مجموعه اعداد حسابی عضوی از مجموعه‌های $\mathbb{Z}$ و $\mathbb{Q}$ و هر عضو مجموعه اعداد صحیح عضوی از مجموعه $\mathbb{Q}$ است. زیرا

هر عدد صحیح a را می‌توان به صورت $\frac{a}{1}$ نوشت. به زبان ریاضی می‌توان نوشت: $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$

درس سوم: اجتماع، اشتراک و تفاضل مجموعه‌ها

اجتماع و اشتراک مجموعه‌ها

مربی پرورشی از بین دانش‌آموزان کلاس نهم (ب) (که در درس‌های قبلی معرفی شدند) گروهی را برای اجرای سرود مدرسه انتخاب کرد که اسامی آنها عبارت‌اند از:

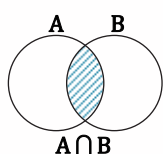


$\{ \text{وفا و مرضیه و رابعه و هاجر و آمنه و مریم} \} = S$ ، گروه تتار را با T ، گروه سرود را با S و کلاس نهم (ب) را با M نام‌گذاری می‌کنیم و این گروه‌بندی را با نمودار ون مقابل نشان می‌دهیم. در نمودار مقابل، مریم، آمنه و هاجر عضو هر دو گروه هستند. سمیه و سمانه فقط عضو گروه تتار و رابعه، مرضیه و وفا فقط عضو گروه سرود هستند.

مجموعه‌های زیر را با اعضایشان به صورت زیر می‌توان تشکیل داد.

$\{ \text{هاجر و آمنه و مریم} \} =$ مجموعه دانش‌آموزانی که در هر دو گروه عضو هستند.

$\{ \text{وفا و مرضیه و رابعه و سمیه و سمانه و هاجر و آمنه و مریم} \} =$ مجموعه دانش‌آموزانی که حداقل در یکی از این دو گروه عضو هستند.



تعریف: اگر A و B دو مجموعه باشند، مجموعه‌ای که اعضای آن هم عضو A و هم عضو B باشند را اشتراک دو

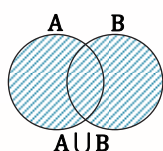
مجموعه A و B می‌نامیم و با نماد $A \cap B$ نشان می‌دهیم که خوانده می‌شود: اشتراک B

اشتراک دو مجموعه A و B به زبان ریاضی عبارت است از: $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ و } x \in B\}$ در نمودار مقابل

قسمت هاشورخورده، اشتراک دو مجموعه A و B را نشان می‌دهد.

تعریف: اگر A و B دو مجموعه باشند، مجموعه‌ای که اعضای آن شامل همه اعضای دو مجموعه A و B است را

اجتماع دو مجموعه A و B می‌نامیم و با نماد $A \cup B$ نشان می‌دهیم که خوانده می‌شود: اجتماع B



تعریف دیگر: اجتماع دو مجموعه A و B شامل عضوهایی است که یا در A باشند یا در B

تعریف دیگر: اجتماع دو مجموعه A و B شامل عضوهایی است که حداقل در یکی از دو مجموعه A یا B باشند.

درس اول: معرفی مجموعه

سوال‌های امتحانی
با پاسخ

۱- جمله‌های درست را با «✓» و جمله‌های نادرست را با «x» مشخص کنید.

- ☐ الف، $\{\emptyset\} = \emptyset$
- ☐ ب، مجموعه $\{0\}$ با مجموعه $\{\}$ برابر است.
- ☐ پ، عبارت «نویسندگان معروف» یک مجموعه را بیان می‌کند.
- ☐ ت، مجموعه شماره‌های اول عدد یک، یک مجموعه یک عضوی است.
- ☐ ث، مجموعه «مجدورهای کامل بین ۵۰ و ۶۰» یک مجموعه تهی را مشخص می‌کند.
- ☐ ج، مجموعه $E = \{b - 1 \text{ و } \frac{1}{p}\}$ با مجموعه $F = \{\frac{1}{p} \text{ و } b - 1\}$ برابر است.
- ☐ چ، واژه مجموعه در ریاضی برای بیان و نمایش دسته‌ای از اشیاء مشخص و متمایز به کار می‌رود.

۲- هریک از جمله‌های زیر را با یک عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

- الف، مجموعه $\{1 \text{ و } 2^3 \text{ و } 8\}$ دارای عضو است.
- ب، مجموعه $B = \{0 \text{ و } 1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } \dots\}$ دارای عضو است.
- پ، اگر در مجموعه‌ای عضوی وجود نداشته باشد، آن را مجموعه می‌نامیم.
- ت، مجموعه اعداد اول زوج دارای عضو است و آن را مجموعه می‌نامند.
- ث، به دلیل تکراری بودن عضو m در مجموعه $A = \{m \text{ و } -1 \text{ و } 2 \text{ و } p \text{ و } m\}$ ، آن را به صورت می‌نویسیم.
- ج، عبارت «اسامی دانش‌آموزان مدرسه شما» یک مجموعه را نشان زیرا عضوهای مجموعه مشخص

۳- مجموعه $\{\frac{3^2 + 5 \times 2 - 1}{\sqrt{36}} \text{ و } -\sqrt{25 - 16} \text{ و } 3 \times (-1)^2\}$ چند عضوی است؟

- ☐ الف) ۱ ☐ ب) ۲ ☐ ج) ۳ ☐ د) ۴

۴- برای کدامیک از گزینه‌ها می‌توان یک مجموعه تشکیل داد؟

- ☐ الف) پنج گل قرمز رنگ ☐ ب) انسان‌های برگزیده ☐ ج) دانش‌آموزان باهوش ☐ د) اسامی روزهای هفته

۵- کدامیک از مجموعه‌های زیر، یک مجموعه تهی نیست؟

- ☐ الف) اعداد طبیعی بین ۵- و ۲+
- ☐ ب) مضرب‌های اول عدد ۴
- ☐ ج) اعداد اول بین ۲ و ۲-
- ☐ د) اعداد طبیعی بین ۱۷ و ۲۵ که مجذور کامل هستند.

۶- مجموعه اعداد صحیح و منفی بزرگتر از ۷- عبارت است از:

- ☐ الف) $\{... - 4 \text{ و } -5 \text{ و } -6\}$
- ☐ ب) $\{... - 1 \text{ و } -4 \text{ و } -5 \text{ و } -6\}$
- ☐ ج) $\{... - 7 \text{ و } -8 \text{ و } -9\}$
- ☐ د) $\{... - 8 \text{ و } -9 \text{ و } -10\}$

۷- مجموعه $\{0 \text{ و } -1 \text{ و } -2 \text{ و } -3\}$ متناظر با کدام عبارت است؟

- ☐ الف) اعداد صحیح بین صفر و ۳-
- ☐ ب) قرینه اعداد حسابی کوچکتر از ۴
- ☐ ج) قرینه اعداد اول کوچکتر از ۴
- ☐ د) شمارنده‌های عدد ۶

۸- هریک از مجموعه‌های زیر چند عضو دارد؟

- $A = \emptyset$ $B = \{-1 \text{ و } 2 \text{ و } -3 \text{ و } 4 \text{ و } \dots\}$
- $C = \{\frac{1}{100} \text{ و } \frac{1}{14} \text{ و } \frac{1}{12} \text{ و } \frac{1}{10}\}$ $D = \{99 \text{ و } \dots \text{ و } 54 \text{ و } 45 \text{ و } 36 \text{ و } 27\}$
- $E = \{(-1)^5 \text{ و } -1^4 \text{ و } (-1)^3 \text{ و } -1^2 \text{ و } (-1)\}$ $F = \{2 \times 3^2 \div 3 \text{ و } \sqrt{16} \times \sqrt{25 - 9} \text{ و } (-6)^2 - 2 \times 5\}$

۹- مجموعه حروف کلمه «books» دارای چند عضو است؟

۱۰- اگر مجموعه اعداد حسابی کوچکتر از ۱- را G بنامیم، این مجموعه چند عضو دارد؟

۱۱- مجموعه اعداد صحیح و منفی بزرگتر از ۴- را با اعضا بنویسید. این مجموعه چند عضو دارد؟ بزرگترین عضو این مجموعه را مشخص کنید.

۱۲- الف) مجموعه S چند عضو دارد؟
 $S = \{-۱ \text{ و } \frac{۱۵}{۳} \text{ و } \sqrt{\frac{۲۵ \times ۶۴}{۱۰۰}} \text{ و } ۳ \text{ و } ۵ \text{ و } -۴\}$

ب) جاهای خالی را با علامت مناسب کامل کنید. ($\in$ یا $\notin$)

۱) $-۵ \in S$ ۲) $۳ \in S$ ۳) $۱ \in S$ ۴) $-(-۴) \in S$ ۵) $۸-۹ \in S$

۱۳- مجموعه حروف کلمه «محمد مهدی» دارای چند عضو است؟

۱۴- از مجموعه‌های مقابل کدام یک با هم مساوی‌اند؟
 $A = \{ \} \text{ و } B = \{ \circ \} \text{ و } C = \emptyset \text{ و } D = \{ \emptyset \}$

۱۵- بزرگترین و کوچکترین عضو هر مجموعه را مشخص کنید.

$A = \{ \circ \text{ و } \dots \text{ و } ۶ \text{ و } ۷ \text{ و } ۸ \}$ $B = \{ \dots \text{ و } ۳/۱ \text{ و } ۳ \text{ و } ۲/۹ \text{ و } ۲/۸ \}$

$C = \{ -\frac{۱}{۵} \text{ و } -\frac{۱}{۶} \text{ و } -\frac{۱}{۷} \text{ و } \dots \text{ و } -\frac{۱}{۱۰} \}$ $D = \{ \dots \text{ و } \frac{۲}{۳} \text{ و } \frac{۱}{۳} \text{ و } ۰ \text{ و } -\frac{۱}{۳} \text{ و } -\frac{۲}{۳} \text{ و } \dots \}$

۱۶- برای هریک از عبارتهای زیر در صورت امکان یک مجموعه تشکیل دهید.

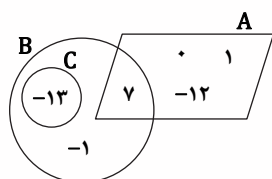
الف) اسامی دانش‌آموزان کلاس شما ب) حروف الفبای فارسی که سه نقطه دارند. پ) اسامی هفت دختر
 ت) سه رنگ زیبا ث) دو کتاب معروف زبان فارسی ج) اسامی دریاهای مجاور ایران

۱۷- الف) مجموعه اعداد زوج بین ۱۰۰ و ۵۰ که مضرب ۵ هستند را نوشته و B بنامید.

ب) درستی یا نادرستی رابطه‌های زیر را مشخص کنید.

۱) $۶۶ \in B$ ۲) $۷۵ \notin B$ ۳) $۹۰ \in B$ ۴) $۱۰۰ \notin B$

۱۸- باتوجه به نمودار ون، درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

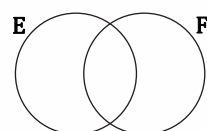


الف) $۷ \in A$ ب) $-۱۳ \notin B$ پ) $۷ \notin C$

ت) $-۱ \in A$ ث) $۱ \in C$ ج) $۷ \in B$

۱۹- اگر $A = \{-۳ \text{ و } ۱ \text{ و } ۳ \text{ و } ۴ \text{ و } ۶ \text{ و } ۱۴\}$ و $B = \{۱ \text{ و } ۳ \text{ و } ۱۴\}$ باشند، مجموعه‌های A و B را با عضوهایشان با یک نمودار «ون» نمایش دهید.

۲۰- باتوجه به داده‌های زیر در مورد دو مجموعه E و F نمودار مقابل را کامل کنید.



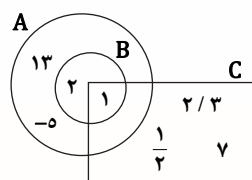
الف) عدد -۷ فقط عضو E است.

ب) عدد ۱۹ فقط عضو F است.

پ) عدد ۱۹ هم عضو E و هم عضو F است.

ت) عدد صفر عضو E است ولی عضو F نیست.

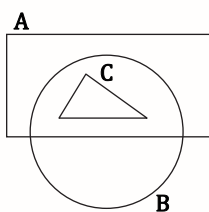
۲۱- باتوجه به نمودار ون، هر مجموعه را با عضوهایش مشخص کنید.



$A = \{ \dots \}$

$B = \{ \dots \}$

$C = \{ \dots \}$



۲۲- باتوجه به مجموعه‌های A، B و C نمودار روبه‌رو را کامل کنید.

$$A = \{-5 \text{ و } -1 \text{ و } 0 \text{ و } 3 \text{ و } 11 \text{ و } 19\}$$

$$B = \{-1 \text{ و } 0 \text{ و } 1 \text{ و } 3 \text{ و } 15 \text{ و } 19\}$$

$$C = \{-1 \text{ و } 19\}$$

۲۳- کدام یک از عبارتهای زیر مشخص‌کننده یک مجموعه است؟ با نمودار ون نشان دهید.

(پ) جواب معادله $3x - 1 = -5$

(ب) شمارنده‌های اول عدد ۲۷

(الف) عددهای صحیح منفی بزرگتر از ۱۲-

(ج) دو شمارنده مرکب عدد ۱۰۰

(ث) جواب معادله $12 = 4 - x$

(ت) عددهای مثبت کوچکتر از صفر

۲۴- با توجه به شرطهای زیر، مجموعه‌های A، B و C را مشخص کنید. (راهنمایی: از نمودار ون استفاده کنید)

(الف) عدد ۸-، عضو دو مجموعه A و B است، ولی عضو مجموعه C نیست.

(ب) عدد ۳ عضو هر سه مجموعه است.

(پ) اعداد ۹ و ۶- عضو دو مجموعه B و C هستند.

(ت) عدد ۱۴ فقط عضو مجموعه B است و حاصل جمع عضوهای مجموعه B برابر ۱۲ است.

(ث) مجموعه A دارای ۴ عضو است و عدد ۵ فقط عضو مجموعه A است.

(ج) حاصل جمع عضوهای مجموعه A برابر ۶- است.

(چ) حاصل جمع عضوهای مجموعه C برابر ۷ است. (مجموعه C دارای ۴ عضو است)

۲۵- هر مجموعه در قسمت A را به مجموعه مناسب آن در قسمت B وصل کنید.

B	A
$\{1 \text{ و } 3 \text{ و } 5 \text{ و } 7 \text{ و } 9 \text{ و } \dots\}$	مجموعه اعداد فرد اول
$\{3 \text{ و } 5 \text{ و } 7\}$	$\{19\}$
شمارنده‌های عدد ۳۰	$\{0\}$
$\{3 \text{ و } 5 \text{ و } 7 \text{ و } 11 \text{ و } \dots\}$	$\{1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 5 \text{ و } 6 \text{ و } 10 \text{ و } 15 \text{ و } 30\}$
اعداد صحیح بین ۰ و ۱-	مجموعه اعداد فرد
مضارب اول عدد ۱۹	$\{ \}$
مجموعه اعداد حسابی کوچکتر از یک	مجموعه سه عدد فرد متوالی با میانگین ۵

۲۶- مقدار a را چنان تعیین کنید که مجموعه $F = \{-5 \text{ و } a\}$ دارای یک عضو باشد.

۲۷- مقدارهای x و y را چنان تعیین کنید که مجموعه $E = \{y \text{ و } x \text{ و } 2y - 3\}$ دارای یک عضو باشد.

۲۸- آیا مجموعه اعداد اول بین ۵۳ و ۵۹ یک مجموعه تهی است؟ چرا؟

۲۹- مقدارهای a و b را چنان تعیین کنید که مجموعه $F = \{3a - 2 \text{ و } 5a + 4 \text{ و } 2a - b\}$ یک عضو باشد.

۳۰- (الف) یک عبارت بنویسید که نشان‌دهنده مجموعه تهی باشد.

(ب) یک عبارت بنویسید که نشان‌دهنده مجموعه تک‌عضوی باشد.

۳۱- مجموعه‌های زیر را با اعضایشان مشخص کنید.

(الف) مجموعه اعداد حسابی کوچکتر از ۵

(ب) مجموعه شمارنده‌های اول عدد ۵۶

(پ) مجموعه اعداد طبیعی زوج کوچکتر از ۱۰۰

(ت) مجموعه چهار عدد اول متوالی با شروع از ۱۳

درس دوم: مجموعه‌های برابر و نمایش مجموعه‌ها

۳۲- جمله‌های درست را با «✓» و جمله‌های نادرست را با «✗» مشخص کنید.

- ☐ الف) مجموعه‌ای که عضو ندارد، زیرمجموعه نیز ندارد.
☐ ب) فقط مجموعه تهی است که یک زیرمجموعه دارد.
☐ پ) مجموعه $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 1\}$ هیچ عضوی ندارد.
☐ ت) هر مجموعه دلخواه حداقل دو زیرمجموعه دارد.
☐ ث) کوچک‌ترین عضو مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > -1\}$ عدد -1 می‌باشد.
☐ ج) مجموعه $A = \{a \text{ و } b\}$ با مجموعه $\{a \text{ و } b \text{ و } a \text{ و } b\}$ برابر است.

۳۳- هریک از جمله‌های زیر را با عدد، کلمه یا عبارت مناسب کامل کنید.

- الف) هر مجموعه زیرمجموعه است.
 ب) مجموعه تهی همه مجموعه‌ها است.
 پ) در مجموعه $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq -4\}$ بزرگ‌ترین عضو، عدد می‌باشد.
 ت) مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x < 3\}$ دارای عضو می‌باشد.
 ث) عبارت «مجموعه A زیرمجموعه B می‌باشد» را با نماد ریاضی به صورت نمایش می‌دهیم.
 ج) در مجموعه $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < \square\}$ اگر به جای $\square$ عدد قرار دهیم، مجموعه دارای ۳ عضو می‌شود.

۳۴- یک مجموعه شش عضوی چند زیرمجموعه دارد؟

- ☐ الف) ۳۱ ☐ ب) ۶۳ ☐ ج) ۶۴ ☐ د) ۱۲

۳۵- مجموعه شمارنده‌های اول عدد ۴۲، چند زیرمجموعه دارد؟

- ☐ الف) ۲ ☐ ب) ۳ ☐ ج) ۴ ☐ د) ۸

۳۶- مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x < 1\}$ با کدام گزینه برابر است؟

- ☐ الف) $\{1 \text{ و } 0 \text{ و } -1\}$ ☐ ب) $\{0 \text{ و } -1 \text{ و } -2\}$ ☐ ج) $\{0 \text{ و } -1\}$ ☐ د) $\{1 \text{ و } -2\}$

۳۷- نمایش اعضای مجموعه مقابل کدام است؟
 $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 < 16\}$

- ☐ الف) $\{4 \text{ و } 5\}$ ☐ ب) $\{1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4\}$ ☐ ج) $\{1 \text{ و } 2 \text{ و } 3\}$ ☐ د) $\{\}$

۳۸- جاهای خالی را در مجموعه‌های زیر طوری کامل کنید که مجموعه‌ها برابر باشند.

الف) $\left\{\frac{3}{63} \text{ و } \dots \text{ و } \frac{-1}{4} \text{ و } \sqrt{\frac{9}{25}}\right\} = \left\{\frac{3}{8} \text{ و } -4 \text{ و } \dots \text{ و } -\frac{25}{0}\right\}$

ب) $\left\{\frac{121}{22} \text{ و } \dots \text{ و } \frac{0}{8} \text{ و } -\frac{4}{9} \text{ و } \sqrt{\frac{144}{4}}\right\} = \left\{\frac{72}{9} \text{ و } (36 \text{ و } 6) \text{ و } \dots \text{ و } \frac{0}{9}\right\}$

۳۹- الف) برای مجموعه $F = \{2 \text{ و } 1 \text{ و } 0 \text{ و } -1 \text{ و } -2\}$ نمودار ون را رسم کنید.

ب) در نمودار بالا عضوایی که مضرب صحیح ۲ هستند را با یک خط بسته مشخص کنید و آن را E بنامید.

پ) مجموعه E را بنویسید. آیا هر عضو E، عضوی از F است؟

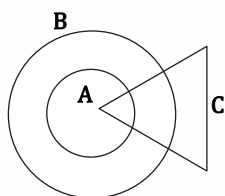
ت) چه رابطه‌ای بین مجموعه F و E وجود دارد؟ (به زبان ریاضی بنویسید)

۴۰- دلیل درستی یا نادرستی رابطه‌های زیر را مشخص کنید.

الف) $\left\{\frac{3}{8} \text{ و } 0 \text{ و } -7\right\} \subseteq \left\{-\frac{28}{4} \text{ و } 0 \text{ و } -1 \text{ و } \frac{3}{8}\right\}$

ب) $\{a \text{ و } d \text{ و } e \text{ و } i\} \not\subseteq \{a \text{ و } b \text{ و } e \text{ و } o\}$

۴۱- باتوجه به نمودار، دلیل درستی یا نادرستی عبارت‌ها را مشخص کنید.



الف) $A \subseteq B$

ب) $A \not\subseteq C$

پ) $\emptyset \subseteq A$

ت) $C \subseteq B$

ث) $B \not\subseteq B$

ج) $B \not\subseteq C$

۴۲- تمام زیرمجموعه‌های مجموعه $\{-19, -18, -17\}$ را بنویسید.

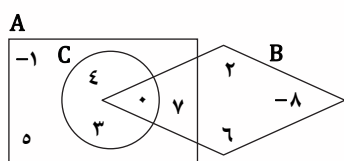
۴۳- الف) اگر $M = \{0, 11, 12, 13\}$ باشد، تعداد زیرمجموعه‌های M چقدر است؟

- ب) تمام زیرمجموعه‌های یک‌عضوی مجموعه M را بنویسید.
پ) تمام زیرمجموعه‌های دو عضوی مجموعه M را بنویسید.
ت) تمام زیرمجموعه‌های سه‌عضوی مجموعه M را بنویسید.
ث) زیرمجموعه چهار عضوی مجموعه M را بنویسید.

۴۴- مجموعه‌ای ۵ عضو دارد. این مجموعه چند زیرمجموعه دارد؟

۴۵- یک مجموعه ۱۲۸ زیرمجموعه دارد. تعداد عضوهای این مجموعه را به دست آورید.

۴۶- باتوجه به نمودار روبه‌رو:



الف) هر یک از مجموعه‌ها را با اعضایش مشخص کنید.

ب) در داخل مربع نماد مناسب ($\in$, $\notin$, $\subseteq$, $\not\subseteq$) قرار دهید.

- ۱) $-8 \square A$ ۲) $A \square B$ ۳) $\{2, 6\} \square B$ ۴) $\emptyset \square A$
۵) $0 \square C$ ۶) $7 \square A$ ۷) $-1 \square C$ ۸) $C \square A$

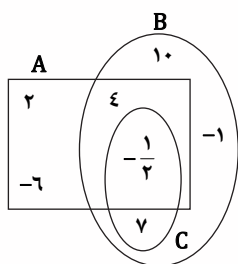
۴۷- اگر $A = \{1, 2, 5, 7, 8\}$ و $B = \{2, 7\}$ باشند،

الف) تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه A را بنویسید.

ب) درستی یا نادرستی عبارت‌ها را مشخص کنید.

- ۱) $4 \notin A \square$ ۲) $3 \in A \square$ ۳) $B \subseteq A \square$ ۴) $\emptyset \not\subseteq A \square$ ۵) $\{7\} \in B \square$

۴۸- هر سه مجموعه $A = \{-1, 4, \frac{3}{7}, 5\}$ ، $B = \{-1, 2\}$ و $C = \{2, 0, 9\}$ را روی یک نمودار ون نشان دهید.



۴۹- باتوجه به شکل مقابل، مجموعه‌ای بنویسید که:

الف) عضوهایش هم در A و هم در B باشد و آن را F بنامید.

ب) عضوهایش فقط در B باشد و آن را E بنامید.

پ) عضوهایش در C باشد.

ت) درستی یا نادرستی عبارت‌ها را مشخص کنید.

- ۱) $C \subseteq F \square$ ۲) $10 \in E \square$ ۳) $\frac{-1}{2} \notin F \square$ ۴) $F = C \square$

۵۰- الف) درچه صورتی $A = B$ است؟

ب) درچه صورتی $A \neq B$ است؟

$$\left. \begin{matrix} A \subseteq B \\ B \subseteq A \end{matrix} \right\} \Rightarrow \dots\dots\dots$$

۵۱- الف) جای خالی را کامل کنید.

ب) برای درستی عبارت مقابل یک مثال بنویسید.

۵۲- صورتهای مختلف نمایش یک مجموعه را نام ببرید و یک مثال بنویسید.

۵۳- جدول مقابل را کامل کنید.

با اعضا	به زبان ریاضی	به زبان فارسی
$\{2, 4, 6, \dots\}$		مجموعه اعداد طبیعی زوج
	$O = \{2k-1 \mid k \in \mathbb{N}\}$	

۵۴- جدول مقابل را کامل کنید.

نمایش حروف	به زبان فارسی	با اعضا
$\mathbb{N}$		
	مجموعه اعداد حسابی	
		$\{\dots, 2, 1, 0, -1, -2, \dots\}$

۵۵- الف) جای خالی را کامل کنید.

$$\left. \begin{matrix} A \subseteq B \\ B \subseteq C \end{matrix} \right\} \Rightarrow \dots\dots\dots$$

ب) برای عبارت مقابل يك مثال بنویسید.

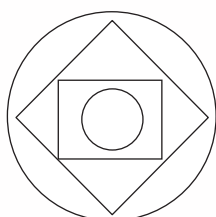
۵۶- تمام زیرمجموعه‌های هریک از مجموعه‌های زیر را بنویسید.

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 3x + 1 = -x - 6\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid -1 < x \leq 4\}$$

$$C = \{2^x \mid x = 0 \text{ و } 1 \text{ و } 2 \text{ و } 3\}$$

۵۷- در نمودار ون مقابل، مجموعه‌های $\mathbb{N}$ ، $\mathbb{W}$ ، $\mathbb{Z}$ و $\mathbb{Q}$ را باتوجه به وضعیت آنها نسبت به هم مشخص کنید.



۵۸- هر کدام از عبارت‌های زیر را به زبان ریاضی بنویسید و با ذکر دلیل، درستی یا نادرستی آن را مشخص کنید.

- الف) هر عدد طبیعی يك عدد حسابی است.
- ب) هر عدد طبیعی يك عدد صحیح است.
- پ) هر عدد طبیعی يك عدد گویا است.
- ت) هر عدد گویا يك عدد صحیح است.
- ث) هر عدد گویا يك عدد حسابی است.
- ج) هر عدد صحیح يك عدد گویا است.
- چ) هر عدد صحیح يك عدد حسابی است.
- خ) هر عدد حسابی يك عدد گویا است.
- ذ) هر عدد صحیح يك عدد طبیعی است.
- ر) هر عدد حسابی يك عدد طبیعی است.

۵۹- مجموعه‌های زیر را با اعضا مشخص کنید.

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 < x < 5\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < -3\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid -1 < x < 3\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 3\}$$

$$E = \{x \in \mathbb{N} \mid -4 < x < +4\}$$

$$F = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 \leq x < 2\}$$

۶۰- مجموعه‌های زیر را با اعضا مشخص کنید.

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < -4\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 1\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{W} \mid -6 < x < -3\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{Z} \mid -5 \leq x\}$$

$$E = \{x \in \mathbb{W} \mid -2 < x < 5\}$$

$$F = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > 4\}$$

۶۱- صورت دیگر هریک از مجموعه‌های زیر را با علائم و نماد ریاضی بنویسید. (راهنمایی: هرکدام از مجموعه‌ها را به چندین حالت می‌توان نوشت)

$$A = \{\dots, 4 \text{ و } 5 \text{ و } 6\}$$

$$B = \{1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4\}$$

$$C = \{\dots, -9 \text{ و } -8 \text{ و } -7\}$$

$$D = \{6 \text{ و } 7 \text{ و } 8 \text{ و } \dots \text{ و } 53\}$$

$$E = \{-4 \text{ و } -3 \text{ و } -2 \text{ و } \dots \text{ و } +2\}$$

$$F = \{-5 \text{ و } -4 \text{ و } -3 \text{ و } \dots \text{ و } 0\}$$

۶۲- صورت دیگر هریک از مجموعه‌های زیر را با علائم و نماد ریاضی بنویسید.

$$A = \{-1 \text{ و } 0 \text{ و } 1 \text{ و } 2 \text{ و } 3\}$$

$$B = \{10 \text{ و } 11 \text{ و } 12 \text{ و } 13\}$$

$$C = \{2 \text{ و } 3 \text{ و } 4 \text{ و } 5\}$$

$$D = \{\dots, 6 \text{ و } 7 \text{ و } 8\}$$

$$E = \{-9 \text{ و } -8 \text{ و } -7 \text{ و } -6\}$$

$$F = \{-3 \text{ و } -2 \text{ و } -1 \text{ و } 0 \text{ و } 1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4\}$$

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid \square < x < +3\} = \{-2 \text{ و } -1 \text{ و } 0 \text{ و } 1 \text{ و } \square\}$$

۶۳- در داخل مربع عدد یا علامت مناسب قرار دهید.

۷۴- هریک از مجموعه‌های زیر را با اعضا بنویسید.

الف) مجموعه اعداد طبیعی بزرگتر از ۴-

ب) مجموعه اعداد صحیح کوچکتر از ۴ و بزرگتر از ۴-

پ) مجموعه اعداد صحیح بین ۳+ و ۲-

ت) مجموعه اعداد حسابی کوچکتر از ۷

۷۵- هریک از مجموعه‌های زیر را با علائم ریاضی بنویسید.

الف) مجموعه اعداد صحیح و مثبت کوچکتر از ۸

ب) مجموعه اعداد طبیعی کوچکتر از ۸

پ) مجموعه اعداد صحیح بزرگتر از ۳-

ت) مجموعه اعداد طبیعی بزرگتر از ۱۰

۷۶- مجموعه‌های زیر را با اعضا مشخص کنید.

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq \sqrt{16}\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < \frac{11}{4}\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} \mid -\frac{5}{4} < x < \sqrt{16}\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{Z} \mid -\frac{3}{4} < x < \frac{3}{4}\}$$

۷۷- مجموعه‌های زیر را به زبان ریاضی بنویسید.

$$A = \{0\}$$

$$B = \{-7\}$$

۷۸- مجموعه‌های زیر را با اعضا مشخص کنید.

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x \leq \sqrt{9}\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 < 30\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid \sqrt{25} \leq x < \sqrt{36} + 1\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 < 30\}$$

۷۹- x را چنان تعیین کنید که دو مجموعه $\{0, -11, x-5\}$ و $A = \{x-5, -11, 0\}$ و $B = \{0, -11, -2x+7\}$ با یکدیگر برابر باشند.

۷۰- مقدار a را چنان تعیین کنید که دو مجموعه $F = \{-x+1, x-3\}$ و $E = \{a\}$ با یکدیگر برابر باشند.

۷۱- اگر $\{7\} = \{2a+b, -2a-1, 4a-1\}$ باشد، مقدارهای a و b چقدر است؟

۷۲- اگر $A = \{x \in \mathbb{W} \mid \sqrt{x} \leq 2\}$ و $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 5\}$ باشد، کدامیک از این دو مجموعه، زیرمجموعه دیگری است؟

۷۳- درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

الف) مجموعه $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 2\}$ فقط يك عضو دارد. ب) مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x < 1\}$ دو عضو دارد.

پ) مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > -3\}$ بزرگترین عضو ندارد. ت) مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 1\}$ بی‌شمار عضو دارد.

۷۴- مجموعه‌های زیر را به زبان فارسی بیان کنید. (راهنمایی: هرکدام را به حالت‌های دیگری نیز می‌توان نوشت)

$$A = \{2, 3, 4\}$$

$$B = \{-4, -3, -2, \dots\}$$

$$C = \{8, 7, 6, \dots\}$$

۷۵- مجموعه‌های زیر را با اعضا مشخص کنید.

$$A = \{2^x \mid x \in \mathbb{N}\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{W} \mid -x+3 = -11\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid -x+3 \leq 4\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{Z} \mid -x > 7\}$$

$$E = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x-3 = 4-3x\}$$

$$F = \{x \in \mathbb{W} \mid \sqrt{x} < 3\}$$

$$G = \{(\frac{1}{2})^x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ و } 0 \leq x \leq 4\}$$

$$H = \{x \in \mathbb{N} \mid -(-x) < 2\}$$

۷۶- مجموعه‌های زیر را با اعضا مشخص کنید.

$$A = \{(-1)^x \mid x \in \mathbb{Z}\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -x < -2\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} \mid -x-1 \leq -1\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{W} \mid -x+1 > -2\}$$

$$E = \{(-1)^{x+1} \mid x \in \mathbb{N}\}$$

$$F = \{\frac{x-1}{x+1} \mid x=1 \text{ و } -2\}$$

$$G = \{3^x \mid x \in \mathbb{W} \text{ و } x \leq 4\}$$

$$H = \{x \in \mathbb{N} \mid -6 < x < -2\}$$

۷۷- مجموعه روبه‌رو را با نوشتن اعضا و به زبان فارسی بنویسید.

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x + 1 = 5\}$$

۷۸- کوچک‌ترین عضو و بزرگ‌ترین عضو هر يك از مجموعه‌های زیر را مشخص کنید.

$$A = \{-6 \text{ و } -5 \text{ و } -4 \text{ و } -3 \text{ و } -2\}$$

$$B = \{... \text{ و } -3 \text{ و } -2 \text{ و } -1\}$$

$$C = \{... \text{ و } +8 \text{ و } +7 \text{ و } +6 \text{ و } +5\}$$

۷۹- مجموعه‌های زیر را با اعضا مشخص کنید.

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < -3\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 10\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} \mid y < x\}$$

$$D = \{3x \mid x \in \mathbb{W} \text{ و } -3 < x < 3\}$$

$$E = \{x \in \mathbb{Z} \mid -4 < x < \sqrt{9}\}$$

$$F = \{x \in \mathbb{N} \mid -6 \leq x < 6\}$$

$$G = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq 2\}$$

$$H = \{x \in \mathbb{W} \mid -10 \leq x \leq 10\}$$

۸۰- مجموعه‌های زیر را با اعضا مشخص کنید.

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 3\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{W} \mid -2 \leq x < 5\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 \leq x < 5\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{W} \mid x \leq -2\}$$

$$E = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 \leq x\}$$

$$F = \{x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{4} < x < \sqrt{9}\}$$

$$G = \{4x + 1 \mid x \in \mathbb{N} \text{ و } x < 3\}$$

$$H = \{x^2 \mid x \in \mathbb{Z} \text{ و } -2 \leq x \leq 2\}$$

۸۱- مجموعه‌های زیر را با اعضا مشخص کنید.

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 < x < 6\}$$

$$B = \{4x - 1 \mid x = 3 \text{ و } 4 \text{ و } 5 \text{ و } 6\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 < 10\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{N} \mid 30 \geq x \geq 1\}$$

$$E = \{5^x \mid x \in \mathbb{N} \text{ و } x < 3\}$$

$$F = \{x \in \mathbb{Z} \mid 6x + 2 = -10\}$$

$$G = \{x \in \mathbb{Z} \mid -7 < x \leq 2\}$$

$$H = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq -2\}$$

۸۲- اگر $A = \{2k \mid -40 < k < -1\}$ و $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -102 < x < -69\}$ باشد، مطلوب است محاسبه مقدار:

الف) $n(A) =$

ب) $n(A \cup B) =$

پ) $n(B) =$

ت) $n(A \cap B) =$

درس سوم: اجتماع، اشتراک و تفاضل مجموعه‌ها

۸۳- جمله‌های درست را با «✓» و جمله‌های نادرست را با «x» مشخص کنید.

الف) $\mathbb{N} - \mathbb{W} = \emptyset$ ☐

ب) $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ و } x \in B\}$ ☐

پ) اگر $A \subseteq B$ باشد، آنگاه $A \cap B = B$ ☐

ت) اگر $\{0, -1, -2\} = A$ باشد، آنگاه $n(A) = 2$ ☐

ث) اجتماع هر مجموعه با خودش برابر است با همان مجموعه ☐

ج) اشتراک دو مجموعه E و F زیرمجموعه هر يك از دو مجموعه E و F است. ☐

چ) اجتماع دو مجموعه A و B شامل همه اعضایی است که هم عضو A و هم عضو B باشند. ☐

۸۴- هر يك از جمله‌های زیر را با يك عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

الف) $\mathbb{Q} \cap \mathbb{Z} = \dots\dots\dots$

ب) $A \cap (A \cup B) = \dots\dots\dots$

پ) $\dots\dots\dots = \{x \mid x \in A \text{ یا } x \in B\}$

ت) اگر $E \subseteq F$ باشد، آنگاه $E \cup F = \dots\dots\dots$

ث) اشتراک هر مجموعه با مجموعه تهی برابر است با $\dots\dots\dots$

ج) هر يك از دو مجموعه $\dots\dots\dots$ و $\dots\dots\dots$ زیرمجموعه $A \cup B$ می‌باشند.

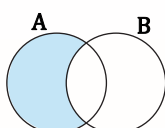
۸۵- قسمت رنگی با کدام گزینه زیر نشان داده می‌شود؟

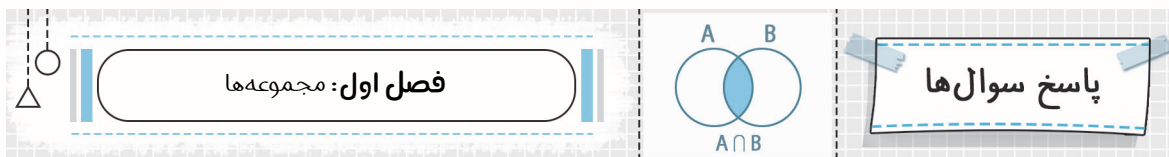
$A \cap B$ (ب) ☐

$A \cup B$ (الف) ☐

$B - A$ (د) ☐

$A - B$ (ج) ☐





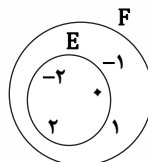
۱- الف) $\emptyset$ مجموعه تهی است ولی $\{\emptyset\}$ دارای یک عضو $\emptyset$ است. (ب) $\times$ دارای یک عضو صفر است ولی $\{\emptyset\}$ مجموعه تهی است.		۲- الف) دو (ب) بی‌شمار (پ) تهی (ت) یک، تک‌عضوی (ث) $A = \{m \text{ و } p \text{ و } -1\}$ (ج) می‌دهد، است.	
۳- ب $\{3 \text{ و } -3\}$ $\frac{3^2 + 5 \times 2 - 1}{\sqrt{36}} = \frac{9 + 10 - 1}{6} = \frac{18}{6} = 3$ و $-\sqrt{25 - 16} = -\sqrt{9} = -3$ و $3 \times (-1)^2 = 3 \times 1 = 3$		۴- د عضوهای مجموعه‌های الف، ب و ج مشخص نیستند. ۵- الف $\{+1\}$ اعداد طبیعی بین ۵- و ۲+ ۶- ب ۷- ب	
۸- A: عضوی ندارد. و B: بی‌شمار عضو دارد. C: ۴۶ عضو دارد. زیرا: مخرج کسرها عبارت‌اند از: ۱۰۰ و ۱۴ و ۱۲ و ۱۰ پس:		۹- دارای چهار عضو است. $\{b \text{ و } o \text{ و } k \text{ و } s\}$ ۱۰- این مجموعه هیچ عضوی ندارد، زیرا: ۱۱- این مجموعه سه عضو دارد و بزرگ‌ترین عضو آن ۱- است.	
۱۲- الف) مجموعه S، پنج عضو دارد. $S = \{-1 \text{ و } 5 \text{ و } 4 \text{ و } 3 \text{ و } -4\}$ و $\frac{15}{3} = 5$ و $\sqrt{\frac{25 \times 64}{100}} = \frac{\sqrt{25} \times \sqrt{64}}{\sqrt{100}} = \frac{5 \times 8}{10} = \frac{40}{10} = 4$		۱۳- پنج عضو دارد. $\{y \text{ و } o \text{ و } d \text{ و } h \text{ و } m\}$ = مجموعه حروف کلمه «محمد مهدی» ۱۴- A و C، $A = C = \emptyset = \{\}$	
۱۵- A ← بزرگ‌ترین عضو: ۸ و کوچک‌ترین عضو: صفر B ← بزرگ‌ترین عضو: مشخص نیست و کوچک‌ترین عضو: $2/8$		۱۶- الف) می‌توان مجموعه تشکیل داد. (ب) $\{ش \text{ و } ژ \text{ و } چ \text{ و } ث \text{ و } پ\}$ = حروف الفبای فارسی که سه نقطه دارند. (ت) نمی‌توان مجموعه تشکیل داد، زیرا اعضای آن مشخص نیست. (ج) $\{دریای عمان \text{ و } خلیج فارس \text{ و } دریای خزر\}$ = دریاها و مجاور ایران	
۱۷- الف) اعداد زوج مضرب ۵ یعنی اعدادی که بر ۱۰ بخش‌پذیرند. $B = \{60 \text{ و } 70 \text{ و } 80 \text{ و } 90\}$ (ب) ۱) $\times$ ۲) $\checkmark$ ۳) $\checkmark$ ۴) $\checkmark$		۱۸- الف) $\checkmark$ (ب) $\times$ (پ) $\checkmark$ (ت) $\times$ (ث) $\times$ (ج) $\checkmark$	

۳۸-

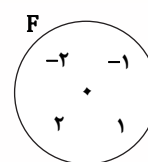
$$\left\{ \frac{3}{63}, -4, -\frac{3}{5} \right\} = \left\{ \sqrt{\frac{9}{25}}, -\frac{1}{4}, -4, \frac{3}{63} \right\} \quad \text{الف}$$

$$\left\{ \frac{121}{22}, -\frac{4}{9}, \frac{121}{22} \right\} = \left\{ \sqrt{\frac{144}{4}}, -\frac{4}{9}, \frac{121}{22} \right\} \quad \text{ب}$$

پ) $E = \{2, 0, -2\}$ ، بلکه هر عضو E ، عضوی از F است.



ب)



۳۹- الف)

ت) $E \subseteq F$ مجموعه E زیرمجموعه، مجموعه F است.

۴۰- الف) ✓ زیرا هر عضو مجموعه سمت چپ عضوی از مجموعه سمت راست است. $\left(\frac{-28}{8} = -7\right)$

ب) ✓ زیرا عضو 0 در مجموعه سمت چپ، عضو مجموعه سمت راست نیست.

۴۱- الف) ✓ زیرا تمام عضوهای مجموعه A درون مجموعه B قرار دارد. ب) ✓ زیرا برخی از عضوهای مجموعه A درون مجموعه C قرار ندارد.

پ) ✓ مجموعه تهی زیرمجموعه هر مجموعه‌ای است. ت) ✗ زیرا همه عضوهای مجموعه C درون مجموعه B قرار ندارد.

ث) ✗ زیرا هر مجموعه زیرمجموعه خودش است. ج) ✓ زیرا همه عضوهای مجموعه B درون مجموعه C قرار ندارد.

$$\emptyset, \{-17\}, \{-18\}, \{-19\}, \{-17 \text{ و } -18\}, \{-17 \text{ و } -19\}, \{-18 \text{ و } -19\}, \{-17 \text{ و } -18 \text{ و } -19\}$$

۴۲-

۴۳- الف) تعداد زیرمجموعه‌های M ، 16 تا است. $2^n = 16 \Rightarrow n = 4$ تعداد زیرمجموعه‌ها: ب) $\{10\}, \{11\}, \{12\}, \{13\}$

پ) $\{10 \text{ و } 11\}, \{10 \text{ و } 12\}, \{10 \text{ و } 13\}, \{11 \text{ و } 12\}, \{11 \text{ و } 13\}, \{12 \text{ و } 13\}$

ت) $\{10 \text{ و } 11 \text{ و } 12\}, \{10 \text{ و } 11 \text{ و } 13\}, \{10 \text{ و } 12 \text{ و } 13\}, \{11 \text{ و } 12 \text{ و } 13\}$

ث) $\{10 \text{ و } 11 \text{ و } 12 \text{ و } 13\}$ (مجموعه تهی هم زیرمجموعه M است که هیچ عضوی ندارد)

$$2^n = 128 = 2^7 \Rightarrow n = 7 \quad \text{۴۴- ۳۲ زیرمجموعه دارد.} \quad n = 5 \Rightarrow 2^n = 2^5 = 32$$

۴۵- این مجموعه 7 عضو دارد.

$$A = \{-1 \text{ و } 5 \text{ و } 4 \text{ و } 3 \text{ و } 0 \text{ و } 7\} \quad \text{و} \quad B = \{2 \text{ و } -8 \text{ و } 6 \text{ و } 7 \text{ و } 0\} \quad \text{و} \quad C = \{4 \text{ و } 3 \text{ و } 0\}$$

۴۶- الف)

$$\text{ب) } ۱) C \subseteq A \quad ۲) -1 \notin C \quad ۳) 7 \in A \quad ۴) 0 \in C \quad ۵) \emptyset \subseteq A \quad ۶) \{2 \text{ و } 6\} \subseteq B \quad ۷) A \not\subseteq B \quad ۸) -8 \notin A$$

$$n = 5 \Rightarrow 2^n = 2^5 = 32 \quad \text{۴۷- الف) مجموعه } A, ۳۲ \text{ زیرمجموعه دارد.}$$

ب) ۱) ✗ زیرا 4 عضو است و A مجموعه است و بین آنها باید علامت عضویت ($\in$) قرار بگیرد نه علامت زیرمجموعه ($\subseteq$) پس $4 \notin A$

۲) ✗ زیرا هر عضو B در مجموعه A قرار دارد. ۳) ✓

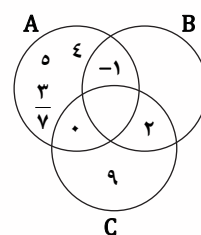
۴) ✗ زیرا $\{7\}$ یک مجموعه و B نیز یک مجموعه است و باید علامت زیرمجموعه بین آنها قرار گیرد، پس: $\{7\} \subseteq B$ ۵) ✗

$$\text{۴۹- الف) } F = \{4 \text{ و } -\frac{1}{3}\} \quad \text{ب) } E = \{10 \text{ و } -1\} \quad \text{پ) } C = \{7 \text{ و } -\frac{1}{3}\} \quad \text{ت) } ۱) \times \quad ۲) \checkmark \quad ۳) \times \quad ۴) \times$$

۵۰- الف) در صورتی که هر عضو مجموعه A عضوی از مجموعه B و هر عضو مجموعه B عضوی از مجموعه A باشد، به عبارت دیگر $A \subseteq B$ و $B \subseteq A$

ب) در صورتی که حداقل یک عضو مجموعه A عضو مجموعه B نباشد یا حداقل یک عضو مجموعه B عضو مجموعه A نباشد.

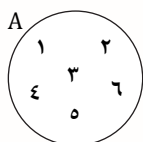
$$\left. \begin{matrix} A \subseteq B \\ B \subseteq A \end{matrix} \right\} \Rightarrow A = B = \{-1 \text{ و } 0 \text{ و } 2 \text{ و } 4\} \quad \text{ب) اگر } A = \{-1 \text{ و } 0 \text{ و } 2 \text{ و } 4\} \text{ و } B = \{0 \text{ و } -1 \text{ و } 4 \text{ و } 2\} \text{ باشند، داریم:} \quad A = B \quad \text{۵۱- الف)}$$



۵۲- (۱) به زبان فارسی: اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۷

(۲) با نمایش اعضا: $A = \{۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶\}$

(۳) نمودار ون



(۴) به زبان ریاضی: $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < ۷\}$ یا $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq ۶\}$

۵۳-

به زبان فارسی	به زبان ریاضی	با اعضا
مجموعه اعداد طبیعی زوج	$E = \{۲k \mid k \in \mathbb{N}\}$	$\{۲ و ۴ و ۶ و \dots\}$
مجموعه اعداد طبیعی فرد	$O = \{۲k-۱ \mid k \in \mathbb{N}\}$	$\{۱ و ۳ و ۵ و ۷ و \dots\}$

۵۴-

نمایش حروف	به زبان فارسی	با اعضا
$\mathbb{N}$	مجموعه اعداد طبیعی	$\{۱ و ۲ و ۳ و ۴ و \dots\}$
$\mathbb{W}$	اعداد حسابی	$\{۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و \dots\}$
$\mathbb{Z}$	مجموعه اعداد صحیح	$\{\dots و -۲ و -۱ و ۰ و ۱ و ۲ و \dots\}$

۵۵- الف) $A \subseteq C$ (ب) اگر $A = \{۰ و -۱\}$ ، $B = \{-۱ و ۰ و ۱ و ۳\}$ و $C = \{-۱ و ۱ و ۴ و ۷ و ۰\}$ باشند، داریم:

$$A \subseteq B \Rightarrow \{۰ و -۱\} \subseteq \{۱ و ۳ و ۰ و -۱\}$$

$$B \subseteq C \Rightarrow \{۱ و ۳ و ۰ و -۱\} \subseteq \{-۱ و ۱ و ۴ و ۷ و ۰\} \Rightarrow \{۰ و -۱\} \subseteq \{-۱ و ۱ و ۴ و ۷ و ۰\} \text{ یا } A \subseteq C$$

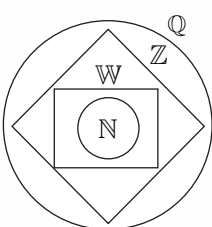
۵۶- زیرمجموعه‌های A عبارت‌اند از: $\emptyset$ ، $\{-۱\}$ ، $A = \{-۱\}$ $x = \frac{-۷}{۷} = -۱ \Rightarrow ۷x = -۷ \Rightarrow ۳x + ۴x = -۶ - ۱ \Rightarrow ۳x + ۱ = -۴x - ۶$

$$B = \{۱ و ۲ و ۳ و ۴\}$$

زیرمجموعه‌های B عبارت‌اند از:

$$\{۱ و ۲ و ۳ و ۴\}, \{۱ و ۳ و ۴\}, \{۲ و ۳ و ۴\}, \{۱ و ۲ و ۴\}, \{۱ و ۲ و ۳\}, \{۳ و ۴\}, \{۲ و ۴\}, \{۲ و ۳\}, \{۱ و ۴\}, \{۱ و ۳\}, \{۱ و ۲\}, \{۴\}, \{۳\}, \{۲\}, \{۱\}, \emptyset$$

۵۷-



$$C = \{۲^۰ و ۲^۱ و ۲^۲ و ۲^۳\} = \{۱ و ۲ و ۴ و ۸\}$$

زیرمجموعه‌های C عبارت‌اند از:

$$\{۱ و ۲ و ۴ و ۸\}, \{۲ و ۴ و ۸\}, \{۱ و ۴ و ۸\}, \{۱ و ۲ و ۸\}, \{۱ و ۲ و ۴\}, \{۴ و ۸\}, \{۲ و ۸\}, \{۲ و ۴\}, \{۱ و ۸\}, \{۱ و ۴\}, \{۱ و ۲\}, \{۸\}, \{۴\}, \{۲\}, \{۱\}, \emptyset$$

۵۸- الف) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W}$ صحیح است. زیرا $\{۱ و ۲ و ۳ و \dots\} \subseteq \{۰ و ۱ و ۲ و ۳ و \dots\}$

ب) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}$ صحیح است. زیرا $\{۱ و ۲ و ۳ و \dots\} \subseteq \{\dots و -۲ و -۱ و ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و \dots\}$

پ) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Q}$ صحیح است. زیرا اگر به هر عدد طبیعی، مخرج یک بدهیم، یک عدد گویا می‌شود.

$$-\frac{۲}{۳} \in \mathbb{Q}, -\frac{۲}{۳} \notin \mathbb{Z}$$

ت) $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{Z}$ نادرست است. زیرا کسرهایی که ساده نشدنی هستند در مجموعه $\mathbb{Z}$ قرار ندارند. مثال:

$$-\frac{۲}{۳} \in \mathbb{Q}, -\frac{۲}{۳} \notin \mathbb{W}$$

ث) $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{W}$ نادرست است. زیرا اعداد منفی کسری در $\mathbb{Q}$ هستند ولی در $\mathbb{W}$ نیستند. مثال:

ج) $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$ صحیح است. زیرا اگر به هر عدد صحیح، مخرج یک بدهیم، یک عدد گویا می‌شود.

$$-۳ \in \mathbb{Z}, -۳ \notin \mathbb{W}$$

چ) $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{W}$ نادرست است. زیرا اعداد منفی در $\mathbb{Z}$ هستند ولی در $\mathbb{W}$ نیستند. مثال:

ح) $\mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z}$ صحیح است. زیرا $\{۰ و ۱ و ۲ و ۳ و \dots\} \subseteq \{\dots و -۲ و -۱ و ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و \dots\}$

خ) $\mathbb{W} \subseteq \mathbb{Q}$ صحیح است. زیرا اگر به هر عدد حسابی، مخرج یک بدهیم، یک عدد گویا می‌شود.

(د) $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{N}$ نادرست است. زیرا کسرهای ساده نشدنی در مجموعه $\mathbb{N}$ قرار ندارند. مثال:

$$\frac{2}{3} \in \mathbb{Q}, \quad \frac{2}{3} \notin \mathbb{N}$$

(ذ) $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{N}$ نادرست است. زیرا اعداد منفی و صفر در $\mathbb{Z}$ هستند ولی در $\mathbb{N}$ نیستند.

(ر) $\mathbb{W} \subseteq \mathbb{N}$ نادرست است. زیرا $0 \notin \mathbb{N}$ ولی $0 \in \mathbb{W}$

$$\text{۵۹-} \quad A = \{0, 1, 2, 3, 4\} \quad B = \{-4, -5, -6, \dots\} \quad C = \{1, 2\} \quad D = \{1, 2\} \quad E = \{1, 2, 3\} \quad F = \{-1, 0, 1\}$$

$$\text{۶۰-} \quad A = \{-5, -6, -7, \dots\} \quad B = \{1\} \quad C = \{ \} \text{ یا } \emptyset$$

$$D = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, \dots\} \quad E = \{0, 1, 2, 3, 4\} \quad F = \{5, 6, 7, \dots\}$$

$$\text{۶۱-} \quad A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq 6\} \text{ یا } \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 7\} \quad B = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 5\} \text{ یا } B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 4\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < -6\} \text{ یا } \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq -7\} \quad D = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 < x < 54\} \text{ یا } D = \{x \in \mathbb{N} \mid 6 \leq x \leq 53\}$$

$$E = \{x \in \mathbb{Z} \mid -4 \leq x \leq +2\} \text{ یا } E = \{x \in \mathbb{Z} \mid -5 < x < 3\} \quad F = \{x \in \mathbb{Z} \mid -5 \leq x \leq 0\} \text{ یا } F = \{x \in \mathbb{Z} \mid -6 < x < 1\}$$

$$\text{۶۲-} \quad A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x < 4\} \quad B = \{x \in \mathbb{N} \mid 10 \leq x \leq 13\} \quad C = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x < 6\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 9\} \quad E = \{x \in \mathbb{Z} \mid -10 < x \leq -6\} \quad F = \{x \in \mathbb{Z} \mid -4 < x < 5\}$$

$$\text{۶۳-} \quad A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x < +3\} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$\text{۶۴-} \quad \begin{array}{llll} \text{الف)} \{1, 2, 3, \dots\} & \text{ب)} \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\} & \text{پ)} \{-1, 0, 1, 2\} & \text{ت)} \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\} \end{array}$$

$$\text{۶۵-} \quad \begin{array}{llll} \text{الف)} \{x \in \mathbb{Z} \mid 0 < x < 8\} & \text{ب)} \{x \in \mathbb{N} \mid x < 8\} & \text{پ)} \{x \in \mathbb{Z} \mid x > -3\} & \text{ت)} \{x \in \mathbb{N} \mid x > 10\} \end{array}$$

$$\text{۶۶-} \quad A = \{1, 2, 3, 4\} \quad B = \{5, 4, 3, 2, \dots\} \quad C = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\} \quad D = \{-1, 0, 1\}$$

$$\text{۶۷-} \quad A = \{x \in \mathbb{W} \mid x < 1\} \text{ یا } \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 < x < 1\} \quad B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -8 < x < -6\}$$

$$\text{۶۸-} \quad A = \{-1, 0, 1, 2, 3\} \quad B = \{-5, -4, -3, \dots, 4, 5\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid \sqrt{25} \leq x < \sqrt{36} + 1\} = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 \leq x < 7\} = \{5, 6\} \quad D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\text{۶۹-} \quad A = B \Rightarrow \{x - 5, -11, 0\} = \{0, -11, -2x + 7\} \Rightarrow x - 5 = -2x + 7 \Rightarrow x + 2x = 7 + 5 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{3} = 4$$

اگر $x = 4$ باشد، $A = B$ می‌شود.

$$\text{۷۰-} \quad E = F \Rightarrow \{a\} = \{-x + 1, x - 3\} \Rightarrow -x + 1 = a \text{ و } x - 3 = a$$

$$-x + 1 = x - 3 \Rightarrow -x - x = -3 - 1 \Rightarrow -2x = -4 \Rightarrow x = \frac{-4}{-2} = 2 \rightarrow \text{چون } x - 3 = a \text{ و } x = 2 \Rightarrow 2 - 3 = a \Rightarrow a = -1$$

$$\text{۷۱-} \quad \{4a - 1, -2a + b\} = \{7\} \Rightarrow 4a - 1 = 7 \text{ و } -2a + b = 7, \quad 4a - 1 = 7 \Rightarrow 4a = 1 + 7 = 8 \Rightarrow a = \frac{8}{4} = 2 \Rightarrow a = 2$$

$$-2a + b = 7 \text{ و } a = 2 \Rightarrow -2 \times 2 + b = 7 \Rightarrow -4 + b = 7 \Rightarrow b = 7 + 4 = 11 \quad \text{پس: } a = 2 \text{ و } b = 11$$

$$\text{۷۲-} \quad A = \{0, 1, 2, 3, 4\}, \quad B = \{1, 2, 3, 4\} \quad \{1, 2, 3, 4\} \subseteq \{0, 1, 2, 3, 4\} \Rightarrow B \subseteq A$$

$$\text{۷۳-} \quad \begin{array}{llll} \text{الف)} \times \text{ زیرا } \{1, 2\} & \text{ب)} \checkmark \text{ زیرا } \{0, 1\} & \text{پ)} \checkmark \text{ زیرا } \{0, 1, 2, 3, 4\} & \text{ت)} \checkmark \text{ زیرا } \{0, 1, 2, 3, 4\} \end{array}$$

$$\text{۷۴-} \quad A: \text{مجموعه اعداد طبیعی بین ۱ و ۵} \quad B: \text{مجموعه اعداد صحیح بزرگتر از ۵} \quad C: \text{مجموعه اعداد صحیح کوچکتر از ۹}$$

$$\text{۷۵-} \quad A = \{2^1, 2^2, 2^3, 2^4, \dots\} = \{2, 4, 8, 16, \dots\} \quad B = \{14\}$$

$$-x + 3 = -11 \Rightarrow -x = -11 - 3 = -14 \Rightarrow x = 14$$

$$C = \{1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4 \text{ و } \dots\}$$

$$x=1 \Rightarrow -x+3=-1+3=2 \leq 4$$

$$x=2 \Rightarrow -x+3=-2+3=1 \leq 4$$

$$x=3 \Rightarrow -x+3=-3+3=0 \leq 4$$

$$x=4 \Rightarrow -x+3=-4+3=-1 \leq 4$$

$$D = \{-1 \text{ و } -2 \text{ و } -3 \text{ و } -4 \text{ و } \dots\}$$

$$x=-1 \Rightarrow -x=-(-1)=+1 > 2$$

$$x=-2 \Rightarrow -x=-(-2)=+2 > 2$$

$$E = \{ \} = \emptyset \quad \left(\frac{y}{0} \notin \mathbb{N} \text{ چون} \right)$$

$$2x-3=4-3x \Rightarrow 2x+3x=4+3 \Rightarrow 5x=7 \Rightarrow x=\frac{7}{5}$$

$$F = \{1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4 \text{ و } 5 \text{ و } 6 \text{ و } 7 \text{ و } 8\}$$

$$x=8 \Rightarrow \sqrt{8} < 3$$

$$x=7 \Rightarrow \sqrt{7} < 3$$

$$x=6 \Rightarrow \sqrt{6} < 3$$

:

$$x=4 \Rightarrow \sqrt{4}=2 < 3$$

$$G = \left\{ \left(\frac{1}{2}\right)^0, \left(\frac{1}{2}\right)^1, \left(\frac{1}{2}\right)^2, \left(\frac{1}{2}\right)^3, \left(\frac{1}{2}\right)^4 \right\} = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16} \right\}$$

$$H: (-(-x)=x) \Rightarrow H = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 2\} \Rightarrow H = \{1\}$$

$$A = \{\dots, (-1)^{-3}, (-1)^{-2}, (-1)^{-1}, (-1)^0, (-1)^1, (-1)^2, (-1)^3, \dots\} = \{\dots, -1, 1, -1, 1, -1, 1, \dots\} \Rightarrow A = \{-1 \text{ و } 1\}$$

$$B = \{3 \text{ و } 4 \text{ و } 5 \text{ و } \dots\}$$

$$x=3 \Rightarrow -3 < -2$$

$$x=4 \Rightarrow -4 < -2$$

$$C = \{0 \text{ و } 1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } \dots\}$$

$$x=0 \Rightarrow -x-1=-1 \leq -1$$

$$x=1 \Rightarrow -x-1=-2 \leq -1$$

$$x=2 \Rightarrow -x-1=-3 \leq -1$$

$$D = \{0 \text{ و } 1 \text{ و } 2\}$$

$$x=0 \Rightarrow -x+1=1 > -2$$

$$x=1 \Rightarrow -x+1=0 > -2$$

$$x=2 \Rightarrow -x+1=-1 > -2$$

$$x=3 \Rightarrow -x+1=-2 \not> -2$$

$$E = \{(-1)^{1+1}, (-1)^{2+1}, (-1)^{3+1}, \dots\} = \{+1, -1, +1, -1, \dots\} \Rightarrow E = \{+1, -1\}$$

$$F = \left\{ \frac{1-1}{1+1}, \frac{-2-1}{-2+1} \right\} = \{0, 3\}$$

$$G = \{3^0, 3^1, 3^2, 3^3, 3^4\} = \{1, 3, 9, 27, 81\}$$

$$H = \{ \} = \emptyset$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x+1=5\} = \{2\} \rightarrow \text{مجموعه اعداد طبیعی که جواب معادله } 2x+1=5 \text{ است.}$$

$$A: \text{کوچکترین عضو} \leftarrow -2 \quad \text{بزرگترین عضو} \leftarrow \text{مشخص نیست}$$

$$B: \text{کوچکترین عضو} \leftarrow -2 \quad \text{بزرگترین عضو} \leftarrow \text{مشخص نیست}$$

$$A = \{ \} = \emptyset \quad \text{و} \quad B = \{10 \text{ و } 11 \text{ و } 12 \text{ و } 13 \text{ و } \dots\} \quad \text{و} \quad C = \{8 \text{ و } 9 \text{ و } 10 \text{ و } \dots\}$$

$$D = \{3 \times 0, 3 \times 1, 3 \times 2\} = \{0, 3, 6\} \quad \text{و} \quad E = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$F = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad \text{و} \quad G = \{2, 1, 0, -1, \dots\} \quad \text{و} \quad H = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$A = \{2, 1, 0, -1, \dots\} \quad \text{و} \quad B = \{0, 1, 2, 3, 4\} \quad \text{و} \quad C = \{1, 2, 3, 4\} \quad \text{و} \quad D = \{ \} = \emptyset \quad \text{و} \quad E = \{-1, 0, 1, 2, \dots\}$$

$$F = \{ \} = \emptyset \quad \text{و} \quad (x \in \mathbb{N} \text{ و } x < 3 \Rightarrow x=1, 2) \Rightarrow G = \{4 \times 1 + 1, 4 \times 2 + 1\} = \{5, 9\}$$

$$H = \{(-2)^2, (-1)^2, (0)^2, (1)^2, (2)^2\} = \{4, 1, 0, 1, 4\} \Rightarrow H = \{0, 1, 4\}$$

$$A = \{3, 4, 5\}$$

$$B = \{4 \times 3 - 1, 4 \times 4 - 1, 4 \times 5 - 1, 4 \times 6 - 1\} = \{11, 15, 19, 23\}$$

$$C = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\} \quad \text{و} \quad x=-3 \Rightarrow (-3)^2=9 < 10 \quad \text{و} \quad x=-2 \Rightarrow (-2)^2=4 < 10$$

$$D = \{1, 2, 3, \dots, 29, 30\}$$

$$E = \{5^1, 5^2\} = \{5, 25\}$$

$$F = \{-2\} \Rightarrow 6x+2=-10 \Rightarrow 6x=-10-2=-12 \Rightarrow x=\frac{-12}{6}=-2$$

$$G = \{-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$H = \{-2, -3, -4, \dots\}$$

۸۲-

$$A = \{-4, -6, \dots, -76, -78\} \text{ و } B = \{-70, -71, \dots, -100, -101\}$$

$$\frac{78-4}{2} + 1 = 38 \text{ و } \frac{101-70}{1} + 1 = 32$$

الف) $n(A) = 38$

ب) $n(A \cup B) = 65$

پ) $n(B) = 32$

$$(A \cup B) = \underbrace{\{-4, -6, \dots, -76, -78\}}_{\text{عضو ۳۳}} \cup \underbrace{\{-70, -71, \dots, -100, -101\}}_{\text{عضو ۳۲}}$$

ت) $n(A \cap B) = 5$ و $A \cap B = \{-70, -72, -74, -76, -78\}$

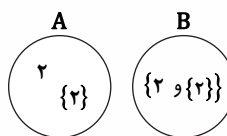
۸۳- الف) ✓	ب) ✓	پ) × اگر $A \subseteq B$ باشد، آنگاه $A \cap B = A$	ت) × $n(A) = 3$
ث) ✓ $A \cup A = A$	ج) ✓ $E \cap F \subseteq E$ و $E \cap F \subseteq F$	چ) ×	

۸۴- الف) $\mathbb{Z}$	ب) A	پ) $A \cup B$	ت) F	ث) مجموعه تهی	ج) A و B
-----------------------	--------	---------------	--------	---------------	--------------

۸۵- ج زیرا $A - B = \{x \in A \mid x \notin B\}$ ۸۶- د $\mathbb{W} - \mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\} - \{1, 2, \dots\} = \{0\}$ ۸۷- د زیرا عدد ۵ هم عضو A است و هم عضو B

۸۸- ج $E - F = \{15, a, -6\} - \{5, 1, -8\} = \{15, a, -6\}$

۸۹- ج $B - A = \{\{2\}\} - \{2, \{2\}\} = \{\{2\}\} = B$



۹۰- ب اشتراک دو مجموعه همواره زیرمجموعه اجتماع دو مجموعه است.

۹۱- $E \cup F = \{-1, 0, 1, 2\}$ ت) $E \cap F = \{0, 1\}$ پ) $F = \{-1, 0, 1\}$ ب) $E = \{0, 1, 2\}$ الف)

۹۲-

به زبان فارسی	به زبان ریاضی	
اشتراک A و B	مجموعه‌ای که عضوهای آن هم عضو A و هم عضو B باشند.	$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ و } x \in B\}$
اجتماع A و B	مجموعه‌ای که عضوهای آن حداقل در یکی از دو مجموعه A یا B باشند.	$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ یا } x \in B\}$

۹۳- $C \cup D = \{-1, 6, -5, 2, \frac{3}{2}, 7\}$ و $C \cap D = \{-5, 2\}$ و $D = \{-5, 2, 0, 7, \frac{3}{2}\}$ و $C = \{-1, 6, 2, 5\}$

۹۴-

به زبان فارسی	به زبان ریاضی	با نمودار ون
$A - B$	مجموعه‌ای که عضوهای آن عضو مجموعه A است، ولی عضو مجموعه B نیست.	$\{x \mid x \in A \text{ و } x \notin B\}$
$B - A$	مجموعه‌ای که عضوهای آن عضو مجموعه B است، ولی عضو مجموعه A نیست.	$\{x \mid x \in B \text{ و } x \notin A\}$

۹۵- $A - B = \{-4, 7\}$ الف) $B - A = \{1, 4, 9\}$ ب)

۹۶- $A - B = \{\} = \emptyset$ و $B - A = \{0, 5, 6\}$ ب) $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ الف)

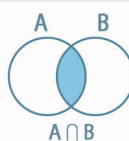
۹۷- $k = 1, 2, 3, \dots, 99 \Rightarrow B = \{1, 3, 5, \dots, 197\}$ ب) $n(B) = 99$ و $n(A) = 3$ الف)

۹۸- الف) ✓ ب) × زیرا عدد صفر عضو B است، ولی عضو C نیست. پ) × زیرا عدد ۹ و $\frac{7}{8}$ عضو C هستند، ولی عضو $A \cup B$ نیستند.

ت) ✓ زیرا صفر عضو B است. ث) ✓ زیرا ۹ عضو C است، ولی عضو A نیست. ج) ✓ -2 عضو A است، ولی عضو B نیست.



درس اول، دوم و سوم: مجموعه‌ها



تمرین ویژه

۱- اگر $A = \{... و ۱۶ و ۸ و ۴ و ۲\}$ و $B = \{... و ۸ و ۶ و ۴ و ۲\}$ باشد، آیا $A \subseteq B$ است؟ چرا؟

۲- مجموعه‌های $H = \{\{۱ و ۰\}\}$ و $G = \{۱ و ۰\}$ ، $F = \{۲ و ۰\}$ ، $D = \{۱\}$ ، $C = \{\}$ ، $B = \{۰\}$ ، $A = \{\{۱\} و ۲ و ۰ و ۱ و ۰\}$ را در نظر بگیرید. درستی یا نادرستی هریک از رابطه‌های زیر را مشخص کنید.

- الف $۱ \in A$ ☐ ب $G \in A$ ☐ پ $\{۱\} \in A$ ☐ ت $D \subseteq A$ ☐
- ث $H \in A$ ☐ ج $C \subseteq A$ ☐ چ $۲ \in A$ ☐ ح $F \in A$ ☐
- ذ $\{۱ و ۰\} \in A$ ☐ د $B \in A$ ☐ ذ $H \subseteq A$ ☐ ر $B \subseteq A$ ☐

۳- اگر اختلاف تعداد عضوهای دو مجموعه A و B برابر ۳ و مجموع تعداد زیرمجموعه‌های آنها برابر ۱۴۴ باشد، تعداد عضوهای مجموعه‌های A و B را پیدا کنید.

۴- اگر $M = \{۱ و ۲ و \{۱\} و \{۲\}\}$ باشد، تمام زیرمجموعه‌های آن را بنویسید.

۵- اگر $A = \{۱ و \{۲ و ۳\}\}$ باشد،

الف، A چند عضو دارد؟

ب، تمام زیرمجموعه‌های A را بنویسید.

پ، درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید.

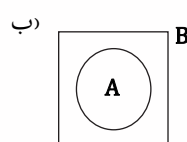
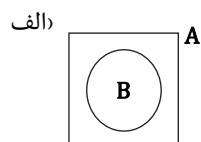
- ۱ $\{۲ و ۳\} \subseteq A$ ☐ ۲ $\{۲ و ۳\} \in A$ ☐ ۳ $۱ \subseteq A$ ☐ ۴ $\{\{۲ و ۳\}\} \subseteq A$ ☐
- ۵ $۲ \in A$ ☐ ۶ $\{۱ و ۲ و ۳\} \subseteq A$ ☐ ۷ $۳ \notin A$ ☐ ۸ $\{۱\} \subseteq A$ ☐

۶- اگر $A = \{۰ و \{۱\}\}$ و $B = \{\{۰\} و ۱\}$ باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح و کدام غلط است؟

- الف $۱ \in A$ ب $۰ \in B$ پ $\{۰\} \subseteq A$ ت $\{۱\} \subseteq B$
- ث $B \not\subseteq A$ ج $\{۱\} \subseteq A$ چ $\{۰\} \subseteq B$ ح $\{\{۱\}\} \subseteq A$

۷- اگر تعداد عضوهای یک مجموعه صفر باشد، تعداد زیرمجموعه‌های آن را به دست آورید.

۸- باتوجه به مجموعه‌های A و B کدام نمودار صحیح است؟



۹- مجموعه A دو عضو دارد و مجموعه B ، ۲۸ زیرمجموعه بیشتر از مجموعه A دارد. مجموعه B چند عضو دارد؟

۱۰- مجموعه‌های $E = \{۲ و ۴\}$ و $D = \{۲ و ۴ و ۶\}$ و $C = \{۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶\}$ را در نظر بگیرید. کدام یک از عبارت‌های زیر درست است؟

- الف $E \subseteq D \subseteq C$ ب $E \subseteq C \subseteq D$

۱۱- اعضای مجموعه‌های زیر را بنویسید.

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1\frac{1}{2} < x \leq 3\frac{2}{3}\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x < \frac{1}{3}\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{W} \mid 2\frac{1}{3} < x < 2\frac{5}{8}\}$$

$$D = \{-5/1 \leq x \leq 1\frac{2}{3}\}$$

۱۲- اعضای مجموعه‌های زیر را بنویسید.

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -x \in \mathbb{N}\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 < 18\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{x} < 8\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 < 20\}$$

۱۳- اعضای مجموعه‌های زیر را بنویسید.

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 < x < \sqrt{5}\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 < \sqrt{10}\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{W} \mid \sqrt{x} < 3\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{N} \mid \sqrt{x} < \sqrt{11}\}$$

۱۴- اعضای مجموعه‌های زیر را بنویسید.

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid -x+1=6\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x+1=5\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} \mid 3x+1=-5x-6\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{N} \mid x+3=5x-13\}$$

۱۵- اعضای مجموعه‌های زیر را بنویسید.

$$A = \{2^x \mid x \in \mathbb{N}\}$$

$$B = \{3^x + 2^x \mid x \in \mathbb{W} \text{ و } x \leq 4\}$$

$$C = \{(\frac{1}{2})^x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ و } -3 < x \leq 2\}$$

$$D = \{3^{-x} + 1 \mid x \in \mathbb{Z} \text{ و } -1 < x < 4\}$$

۱۶- اعضای مجموعه‌های زیر را بنویسید.

$$A = \{(-1)^x \mid x \in \mathbb{Z}\}$$

$$B = \{(-1)^{x+1} \mid x \in \mathbb{N}\}$$

۱۷- مجموعه‌های زیر را با نوشتن اعضایش مشخص کنید.

$$A = \{(-1)^{2n+1} \mid n \in \mathbb{N}\}$$

$$B = \{(-1)^{n^2} \mid n \in \mathbb{N}\}$$

۱۸- مجموعه‌های زیر را با نوشتن اعضایش مشخص کنید.

$$A = \{\frac{3x-1}{2x} \mid x \in \mathbb{W} \text{ و } 2 < x < 7\}$$

$$B = \{\frac{3x+1}{2x+2} \mid x \in \mathbb{N} \text{ و } -1 < x < 2\}$$

۱۹- مجموعه‌های زیر را با نوشتن اعضایش مشخص کنید.

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -x < -2\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid -(-x) < 2\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{W} \mid -x+1 > -2\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{Z} \mid -x-1 \leq -1\}$$

۲۰- مجموعه $A = \{-x \in \mathbb{N} \mid x < -5\}$ را با نوشتن اعضایش مشخص کنید.۲۱- در مجموعه $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 37\}$ چند عدد اول وجود دارد؟۲۲- با فرض اینکه $A = \{1 \text{ و } -2\}$ باشد، اعضای مجموعه B را مشخص کنید.

$$B = \{\frac{x-1}{x+1} \mid x \in A\}$$

۲۳- مجموعه‌های زیر را با علامت‌های ریاضی بنویسید.

$$A = \{\dots, -9, -10, -11, \dots\}$$

$$B = \{\dots, 1, 3, 6, 10, \dots\}$$

$$C = \{\dots, \frac{1}{8}, \frac{1}{\varepsilon}, \frac{1}{\varphi}, 1\}$$

$$D = \{\dots, \frac{1}{\varphi}, \frac{1}{\varepsilon}, \frac{1}{\varphi}\}$$

$$E = \{\dots, 2, 4, 8, 16\}$$

$$F = \{\dots, 1, -1, 1, -1\}$$

۲۴- اگر تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه را ۱۶ برابر کنیم، به تعداد عضوهای مجموعه چقدر اضافه کرده‌ایم؟

۲۵- اگر $A \subseteq B$ باشد، کدام یک از رابطه‌های زیر درست است؟

الف $(A \cup B) \cup \emptyset = A$

ب $A \cap B = A$

دپ $(A \cup B) \cap A = B$

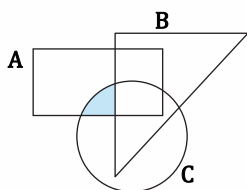
دت $(A \cap B) \cup B = A$

۲۶- اگر A و B غیر تهی و $B \subseteq A$ باشد، حاصل مجموعه $(B - A) \cap (A - B)$ را به دست آورید.

۲۷- اگر $A \cap B \neq \emptyset$ باشد، حاصل مجموعه $[(A \cap B) - A] \cup [(A \cup B) - B]$ همواره برابر چه مجموعه‌ای است؟

۲۸- اگر مجموعه $A = \{4, 5, 6\}$ و مجموعه $B = \{5, 6, 7\}$ باشد، حاصل مجموعه $(B - A) - (A - B)$ را به دست آورید.

۲۹- در نمودار روبه‌رو قسمت رنگی بیانگر چه مجموعه‌ای است؟



۳۰- اگر $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 < x < 3\}$ و $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x < 2\}$ باشند، $C \cap D$ را به دست آورید.

۳۱- مجموعه $\{x \in \mathbb{Z} \mid x < 10\} \cap \{x \in \mathbb{Z} \mid x \geq -2\}$ چند عضو دارد؟

۳۲- اگر $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x < 0\}$ و $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 < x < 12\}$ و $C = \{x \in \mathbb{W} \mid -1 < x < 9\}$ باشند، مجموعه‌های زیر را با اعضایشان مشخص کنید.

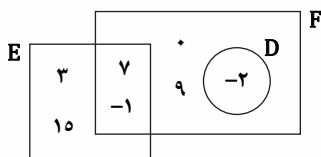
الف $(A \cap B) \cup C =$

ب $(B \cup A) \cap C =$

دپ $C - B =$

دت $(B - A) \cap C =$

۳۳- باتوجه به نمودار روبه‌رو، اعضای مجموعه $(F - D) - E$ را بنویسید.



$$A = \{\frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{25}, \frac{1}{36}\}$$

۳۴- مجموعه مقابل را با علامت‌های ریاضی بنویسید.

۳۵- اگر $A \subseteq B$ باشد، طرف دوم هریک از عبارت‌های زیر را بنویسید.

الف $A - B =$

ب $A \cap B =$

دپ $A \cup B =$

۳۶- اگر $A = \{2k-1 \mid k \in \mathbb{N}\}$ و $B = \{3k+2 \mid k \in \mathbb{N} \text{ و } k > 1\}$ باشد، حاصل $A \cap B$ را با نماد ریاضی بنویسید.

۳۷- مجموع تعداد زیرمجموعه‌های دو مجموعه A و B ، $\mathcal{P}(A \cup B)$ است. اگر مجموعه A ، ۳ عضو داشته باشد، تعداد عضوهای مجموعه B را حساب کنید.

درس چهارم: مجموعه‌ها و احتمال

۳۸- از بین اعضای مجموعه $A = \{x \mid -7 < x < 7 \text{ و } x \in \mathbb{N}\}$ عددی را انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه عدد مضرب ۳ باشد را به دست آورید.

۳۹- یک سکه و یک تاس را هم‌زمان باهم می‌اندازیم. احتمال اینکه سکه «رو» و تاس عدد زوج باشد را به دست آورید.

۴۰- اگر سکه‌ای را سه بار بیندازیم چقدر احتمال دارد که هر سه بار سکه «رو» باشد؟

۴۱- از بین عددهای سه‌رقمی بدون تکرار ارقام که با رقم‌های $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ نوشته می‌شوند، یک عدد انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه این عدد فرد باشد، چقدر است؟

۴۲- در پرتاب یک تاس اگر A پیشامد رو شدن عدد زوج و B پیشامد رخ دادن عدد اول باشد، احتمال اینکه عدد رو شده زوج و اول باشد چقدر است؟

۴۳- در آزمایشگاهی ۳ موش سفید و ۵ موش سیاه نگهداری می‌شوند. اگر به‌طور تصادفی ۴ موش از بین آنها جهت آزمایش برداشته شوند، احتمال آنکه فقط یکی از موش‌های مورد آزمایش سفید باشد چقدر است؟

۴۴- در یک خانواده سه فرزندی می‌دانیم یکی از فرزندان پسر است احتمال آنکه دو فرزند دیگر دختر باشند چقدر است؟

۴۵- در یک بیمارستان ۵ نوزاد در یک روز متولد شده‌اند. احتمال آنکه حداقل دو نفر از آنان دختر باشند چقدر است؟

۴۶- در پرتاب دو تاس احتمال آنکه مجموع دو تاس بزرگ‌تر از ۵ باشد چقدر است؟

۴۷- از بین ۵ مهره سفید و ۳ مهره سیاه، ۳ مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم. چقدر احتمال دارد هر ۳ مهره هم‌رنگ باشند؟

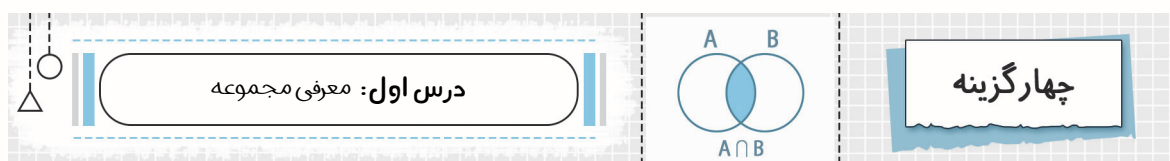
۴۸- در پرتاب دو تاس احتمال آنکه هر دو تاس مضرب ۳ باشند چقدر است؟

۴۹- در یک روستا ۵۴ درصد جمعیت را مردان و ۴۶ درصد را زنان تشکیل می‌دهند. اگر ۶۰ درصد مردان و ۵ درصد زنان دخترچه بیمه سلامت داشته باشند، احتمال آنکه فرد انتخابی از بین آنها دخترچه بیمه سلامت داشته باشد چقدر است؟

۵۰- با حروف کلمهٔ رمضانی یک کلمهٔ سه‌حرفی ساخته‌ایم. احتمال‌های زیر را به دست آورید.

الف، کلمه با حرف «ر» شروع شود.

ب، با حرف نقطه‌دار شروع شود.



۱- کدام یک از مجموعه‌های زیر، تهی است؟ (آزمون ورودی نمونه‌دولتی ۹۶، قم)

- (۱) اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۸ که مکعب کامل باشند. (۲) اعداد صحیح غیرمثبتی که مربعاتشان با خودشان برابر باشد.
(۳) اعداد طبیعی که مربعاتشان کوچک‌تر از خودشان باشد. (۴) اعداد اول بین ۱۹ و ۲۹

۲- کدام عبارت یک مجموعه را مشخص می‌کند؟ (آزمون ورودی نمونه‌دولتی ۹۶، خراسان رضوی، کرمان)

- (۱) چهار عدد فرد متوالی (۲) پنج عدد بزرگ‌تر از ۱۰۰ (۳) سه شهر ایران (۴) عددهای طبیعی بین ۳ و ۴

درس دوم: مجموعه‌های برابر و نمایش مجموعه‌ها

۳- مجموعه A دارای n عضو است. اگر سه عضو متمایز به A اضافه شود، تعداد ۱۱۲ زیرمجموعه به تعداد زیرمجموعه‌های آن اضافه می‌شود. n کدام است؟ (آزمون ورودی نمونه‌دولتی ۹۶، گلستان)

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۴- مجموعه A دارای یک زیرمجموعه است. با این فرض کدام گزینه همواره نادرست است؟ (آزمون ورودی نمونه‌دولتی ۹۶، زنجان)

- (۱) $A \subseteq \{a\}$ (۲) $A \subseteq \{a \text{ و } \emptyset\}$ (۳) $\{a \text{ و } b \text{ و } c \text{ و } \dots\} \subseteq A$ (۴) $A \cap \{a \text{ و } b\} = \{a \text{ و } b\}$

۵- اگر از اعضای مجموعه B سه عضو کم کنیم، از تعداد زیرمجموعه‌های آن ۲۲۴ واحد کم می‌شود. مجموعه B چند عضو دارد؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۸ (۴) ۱۱ (آزمون ورودی نمونه‌دولتی ۹۶، زنجان)

۶- کدام یک از مجموعه‌های زیر با بقیه مجموعه‌ها برابر نیست؟ (آزمون ورودی نمونه‌دولتی ۹۷، خراسان رضوی)

(۱) مجموعه سه عدد زوج طبیعی متوالی که حاصل جمع آنها برابر با ۲۴ شود.

(۲) مجموعه سه عدد زوج طبیعی متوالی که اندازه ضلع‌های یک مثلث قائم‌الزاویه هستند.

$$(۳) \{k \mid k \in \mathbb{N} \text{ و } ۳ \leq ۲k \leq ۵\}$$

$$(۴) \{۲k \mid k \in \mathbb{N} \text{ و } ۳ \leq k \leq ۵\}$$

۷- مجموعه $\{۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۳ \text{ و } \dots \text{ و } ۷\}$ چند زیرمجموعه سه‌عضوی دارد که شامل ۴ و فاقد ۷ و ۵ می‌باشد؟ (آزمون ورودی نمونه‌دولتی ۹۷، آذربایجان شرقی)

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

۸- اگر به اعضای مجموعه‌ای سه عنصر جدید اضافه کنیم، زیرمجموعه‌های آن ۲۲۴ واحد بیشتر می‌شود. این مجموعه چند عضو دارد؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸ (آزمون ورودی نمونه‌دولتی ۹۷، زنجان)

۹- مجموعه $A = \{x^y \mid x \text{ و } y \in \mathbb{Z} \text{ و } xy = ۸\}$ چند زیرمجموعه دو عضوی دارد؟ (آزمون ورودی نمونه‌دولتی ۹۷، قم)

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۱۰- اگر $A = \{۳ \text{ و } ۲x \text{ و } ۲-y\}$ و $B = \{۴ \text{ و } ۲+y \text{ و } ۱\}$ باشند و بدانیم $A \subseteq B$ و $B \subseteq A$ ، آنگاه $x+y$ کدام است؟ (آزمون ورودی نمونه‌دولتی ۹۷، قم)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۱- مجموعه $A = \{\sqrt{x^2+1} \mid x \in \mathbb{Z} \text{ و } -۲ \leq x < ۳\}$ ، چند زیرمجموعه دارد؟ (آزمون ورودی نمونه‌دولتی ۹۷، کردستان)

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۳۲

۱۲- باتوجه به مجموعه $\{۵\}$ و $\{۴ \text{ و } ۳ \text{ و } ۲\}$ و $A = \{\{۱\}\}$ کدام گزینه درست است؟ (آزمون ورودی نمونه‌دولتی ۹۷، گلستان)

- (۱) $۲ \in A$ (۲) $\{۲ \text{ و } ۳\} \subseteq A$ (۳) $\{۱\} \in A$ (۴) $۴ \subseteq A$

۱۳- اگر مجموعه‌های $A = \{-3, 2\}$ و $B = \{b \mid |a - 3| = b\}$ باهم مساوی باشند، حاصل $|a - 3| = b$ کدام است؟ (آزمون ورودی نمونه دولتی ۹۷، گلستان)

- (۱) ۹ (۲) -۹ (۳) ۱۱ (۴) -۱۲

۱۴- اگر $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 10 < (x-3)^2 < 100\}$ ، آنگاه حاصل جمع عضوهای مجموعه A کدام است؟ (آزمون ورودی نمونه دولتی ۹۷، مازندران)

- (۱) ۳۶ (۲) ۴۲ (۳) ۴۹ (۴) صفر

۱۵- اگر $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 20\}$ ، $B = \{3x - 7 \mid x \in A\}$ و $B \subseteq A$ باشند، مجموعه B چند عضو دارد؟ (آزمون ورودی نمونه دولتی ۹۷، مازندران)

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۱۰ (۴) ۲۰

۱۶- مجموع تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه k عضوی و $k+1$ عضوی 48 می‌باشد. مقدار k کدام است؟ (آزمون ورودی نمونه دولتی ۹۷، ایلام)

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳

۱۷- در مجموعه $A = \{a \text{ و } b \text{ و } c \text{ و } d \text{ و } e \text{ و } f\}$ چند زیرمجموعه می‌توان نوشت که a عضو آن باشد ولی b عضو آن نباشد؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۴ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶ (آزمون ورودی نمونه دولتی ۹۷، مرکزی)

۱۸- اگر a ، b و c سه عدد حقیقی باشند و $\{c\} = \{-1 \text{ و } -a^4 \text{ و } (b-1)^3 + 1\}$ ، آنگاه درباره دو ادعای زیر چه می‌توان گفت؟

ادعای اول: حاصل c^a می‌تواند برابر با -1 باشد.

ادعای دوم: حاصل c^a می‌تواند برابر با 5 باشد. (آزمون ورودی نمونه دولتی ۹۷، البرز، خوزستان، قزوین)

(۱) هر دو ادعا درست است. (۲) فقط ادعای اول درست است.

(۳) فقط ادعای دوم درست است. (۴) هر دو ادعا نادرست است.

۱۹- دو مجموعه $\{-1\}$ و $\{m-n \text{ و } n^3\}$ برابرند. حاصل mn کدام است؟ (آزمون ورودی نمونه دولتی ۹۷، شهرستان‌های تهران، کرمانشاه، لرستان، همدان)

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۲۰- اگر $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 6\}$ باشد، تعداد زیرمجموعه‌های چهار عضوی A که فقط دو عضو اول دارند، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (آزمون ورودی نمونه دولتی ۹۷، همدان)

۲۱- در چند زیرمجموعه از اعداد طبیعی یک‌رقمی، حداقل یک عدد اول وجود دارد؟ (آزمون ورودی نمونه دولتی ۹۶، آذربایجان شرقی)

- (۱) ۴۸۰ (۲) ۲۴۰ (۳) ۶۴ (۴) ۱۶

۲۲- مجموعه $\emptyset$ و 5 و $\{1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4 \text{ و } 5\}$ چند زیرمجموعه دارد؟ (آزمون ورودی نمونه دولتی ۹۶، سمنان)

- (۱) ۱۶ (۲) ۶۳ (۳) ۱۵ (۴) ۳۱

۲۳- تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه $E = \{\{3\}\}$ و $B = \{\{3\} \text{ و } \{1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } \dots \text{ و } 100\}\}$ چند برابر تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه $A = \{\{1\} \text{ و } \{2\} \text{ و } \{3\} \text{ و } \dots \text{ و } \{100\}\}$ می‌باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (آزمون ورودی نمونه دولتی ۹۶، شهر تهران)

۲۴- اگر $A = \{1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } \dots \text{ و } 30\}$ ، $B = \{x \mid x = \varepsilon n - 1 \text{ و } n \in A\}$ و $B \subseteq A$ ، آنگاه B چند عضو دارد؟ (آزمون ورودی نمونه دولتی ۹۶، شهر تهران)

- (۱) ۶ (۲) ۲۹ (۳) ۷ (۴) ۳۰

۲۵- باتوجه به مجموعه $K = \{a \text{ و } b \text{ و } c \text{ و } \dots\}$ کدام گزینه صحیح است؟ (آزمون ورودی نمونه دولتی ۹۶، یزد)

- (۱) $\{a\} \in K$ (۲) $\emptyset \in K$ (۳) $\{b\} \subseteq K$ (۴) $K \subseteq \emptyset$

۲۶- مجموعه $A = \{x^y \mid x \text{ و } y \in \mathbb{Z} \text{ و } xy = 4\}$ چند عضو دارد؟ (آزمون ورودی نمونه دولتی ۹۶، البرز، قزوین)

- (۱) سه‌تا (۲) چهار تا (۳) شش‌تا (۴) پنج‌تا

۲۷- تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $n+3$ عضوی، چند برابر تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $n-1$ عضوی است؟

- (۱) ۸ برابر (۲) ۳۲ برابر (۳) $n+2$ برابر (۴) ۱۶ برابر (آزمون ورودی نمونه دولتی ۹۶، ایلام)

۲۸- مجموعه $A = \{x^3 + y^3 \mid x, y \in \mathbb{Z} \text{ و } -4 \leq x \leq 2 \text{ و } xy = 12\}$ چند زیرمجموعه دارد؟ (آزمون ورودی نمونه دولتی ۹۶، چهارمحال و بختیاری، فارس)

- (۱) ۱۶ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) ۳۲

۲۹- دو مجموعه $\{x \text{ و } 3\}$ و $\{y \text{ و } 8 \text{ و } z\}$ برابرند. بیشترین مقدار عبارت $x + y - z$ کدام است؟ (آزمون ورودی نمونه دولتی ۹۶، بوشهر، خوزستان)

- (۱) ۸ (۲) ۱۳ (۳) ۱۷ (۴) ۱۹

۳۰- اگر A مجموعه متوازی الاضلاع‌ها، B مجموعه مستطیل‌ها، C مجموعه لوزی‌ها و D مجموعه مربع‌ها باشد، کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) $C \subseteq D$ (۲) $B \subseteq D$ (۳) $A \cap C = D$ (۴) $B \cap C = D$ (آزمون ورودی نمونه دولتی ۹۶، بوشهر)

۳۱- تعداد اعضای مجموعه $A = \{x^2 - 1 < 18 \mid x \in \mathbb{Z} \text{ و } x^2 - 3 \mid 5x^2\}$ برابر است با: (آزمون ورودی نمونه دولتی ۹۶، خراسان جنوبی، خراسان شمالی)

- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) ۹ (۴) ۵

درس سوم: اجتماع، اشتراک و تفاضل مجموعه‌ها

۳۲- اگر $A = \{2k \mid k \in \mathbb{N} \text{ و } k < 10\}$ و $B = \{3k - 1 \mid k \in \mathbb{N} \text{ و } k \leq 5\}$ ، آنگاه مجموعه $A - (A \cap B)$ کدام است؟ (آزمون ورودی نمونه دولتی ۹۶، زنجان)

- (۱) $\{2 \text{ و } 8 \text{ و } 14\}$ (۲) $\{5 \text{ و } 11\}$
(۳) $\{2 \text{ و } 6 \text{ و } 10 \text{ و } 12 \text{ و } 14 \text{ و } 18\}$ (۴) $\{2 \text{ و } 4 \text{ و } 6 \text{ و } 8 \text{ و } 10 \text{ و } 12\}$

۳۳- مجموعه‌های A و B به ترتیب دارای پنج عضو و هفت عضو می‌باشند و $A \cap B = \{2 \text{ و } 4 \text{ و } 6\}$ ، مجموعه $A \cup B$ چند عضو دارد؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰ (آزمون ورودی نمونه دولتی ۹۶، گلستان)

۳۴- اگر $A = \{1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4\}$ و $B = \{\{3\} \text{ و } 4\}$ و $C = \{3 \text{ و } \{2\} \text{ و } 1\}$ حاصل $(A - B) \cap C$ کدام گزینه است؟ (آزمون ورودی نمونه دولتی ۹۷، خراسان رضوی)

- (۱) $\{1 \text{ و } 3\}$ (۲) $\{1 \text{ و } \{3\}\}$ (۳) $\{1 \text{ و } 2 \text{ و } 3\}$ (۴) $\{3 \text{ و } \{2\} \text{ و } 1\}$

۳۵- اگر A و B دو مجموعه دلخواه باشند و داشته باشیم $A \subseteq B$ ، در این صورت حاصل عبارت $(A \cup B) - (A - B)$ کدام است؟

- (۱) A (۲) B (آزمون ورودی نمونه دولتی ۹۷، کرمان، کهگیلویه و بویراحمد، یزد)

- (۳) $\emptyset$ (۴) $A \cap B$

۳۶- در صورتی که $A = \{1 \text{ و } 3 \text{ و } 5 \text{ و } 7 \text{ و } 9\}$ و $B = \{2x + 3 \mid x \in \mathbb{N} \text{ و } x < 5\}$ باشند، مجموعه $A \cap B$ چند زیرمجموعه یک‌عضوی دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (آزمون ورودی نمونه دولتی ۹۷، کرمان، کهگیلویه و بویراحمد، یزد)

- (۳) ۳ (۴) ۸

۳۷- در یک بررسی آماری در استفاده از رادیو، تلویزیون و رایانه، از ۹۰ نفر این نتایج به دست آمده است. ۱۲ نفر فقط از رادیو، ۱۵ نفر فقط از

تلویزیون، ۲۳ نفر فقط از رایانه، ۱۴ نفر از رادیو و تلویزیون، ۱۹ نفر از تلویزیون و رایانه و ۱۸ نفر از رادیو و رایانه استفاده می‌کنند. ۷ نفر

هم از هیچ‌کدام استفاده نمی‌کنند. چند نفر از هر سه تا استفاده می‌کنند؟ (آزمون ورودی نمونه دولتی ۹۷، آذربایجان شرقی)

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

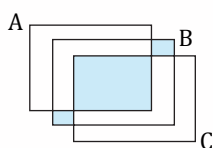
۳۸- کدام یک از عبارت‌های زیر قسمت رنگ شده را نشان می‌دهد؟ (آزمون ورودی نمونه دولتی ۹۷، آذربایجان شرقی)

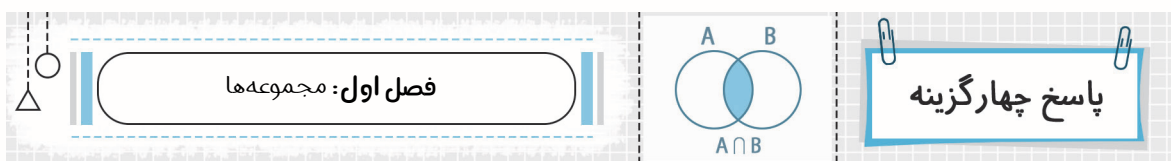
- (۱) $((B - A) \cap (B - C)) \cap (A \cap C)$ (۲) $B - ((A - C) \cup (C - A))$

- (۳) $B \cap ((A - C) \cup (C - A))$ (۴) $B - ((B - A) \cup (B - C))$

۳۹- اگر $A \subseteq B$ باشد، در این صورت $A \cup (B \cap A')$ برابر است با: (آزمون ورودی نمونه دولتی ۹۷، زنجان)

- (۱) A (۲) A' (۳) B (۴) B'





۱- (۳) عدد طبیعی که مربع آن از خودش کوچک‌تر باشد، وجود ندارد. (۴) {۲۳} : گزینه (۴) {۰} : گزینه (۲) {۱} : گزینه (۱)

۲- (۴) برای گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) می‌توان جواب‌های متفاوتی نوشت. پس یک مجموعه نمی‌باشند. گزینه (۴) مجموعه تهی است، زیرا عدد طبیعی بین ۳ و ۴ وجود ندارد.

$$۲^{n+۳} = ۲^n + ۱۱۲ \Rightarrow ۲^{n+۳} - ۲^n = ۱۱۲ \Rightarrow ۲^n \times ۲^۳ - ۲^n = ۱۱۲ \Rightarrow ۲^n(۸-۱) = ۱۱۲ \Rightarrow ۲^n \times ۷ = ۱۱۲ \quad (۲) \quad ۳-۲$$

$$\Rightarrow ۲^n = ۱۶ = ۲^۴ \Rightarrow n = ۴$$

۴- (۴) مجموعه‌ای که دارای یک زیرمجموعه می‌باشد، مجموعه تهی است. پس $A = \emptyset$ و تهی زیرمجموعه هر مجموعه‌ای است.

$$(۱) \text{ گزینه } A \subseteq \{a\} \Rightarrow \emptyset \subseteq \{a\} \quad (۲) \text{ گزینه } A \subseteq \{a\} \Rightarrow \emptyset \subseteq \{a\} \quad (۳) \text{ گزینه } A \subseteq \{a, b, c, \dots\} \Rightarrow \emptyset \subseteq \{a, b, c, \dots\} \quad (۴) \text{ گزینه } A \cap \{a, b\} = \emptyset \cap \{a, b\} = \emptyset \neq \{a, b\}$$

$$۲^{n-۳} = ۲^n - ۲۲۴ \Rightarrow ۲^n - ۲^{n-۳} = ۲۲۴ \Rightarrow ۲^n - ۲^n \times ۲^{-۳} = ۲۲۴ \quad (۳) \quad ۵-۲$$

$$\Rightarrow ۲^n(1 - ۲^{-۳}) = ۲۲۴ \Rightarrow ۲^n(1 - \frac{1}{۸}) = ۲۲۴ \Rightarrow ۲^n \times \frac{۷}{۸} = ۲۲۴ \Rightarrow ۲^n = ۲۲۴ \times \frac{۸}{۷} \Rightarrow ۲^n = ۲۵۶ \Rightarrow ۲^n = ۲^۸ \Rightarrow n = ۸$$

۶- (۳) گزینه‌های (۱) و (۲) و (۴) مجموعه {۱، ۸ و ۶} را نشان می‌دهند و گزینه (۳) مجموعه {۲} را نشان می‌دهد.

۷- (۱) شامل ۴ یعنی یکی از اعضا عدد ۴ می‌باشد و باید دو عضو دیگر را از بین اعضا ۶، ۳، ۲ و ۱ انتخاب کنیم، زیرا دو عضو ۵ و ۷ را نمی‌خواهیم باشند.

حالت $\rightarrow \{۴ \text{ و } ۳\}$ و $\{۴ \text{ و } ۲\}$ و $\{۴ \text{ و } ۱\}$ و $\{۳ \text{ و } ۲\}$ و $\{۳ \text{ و } ۱\}$ و $\{۲ \text{ و } ۱\}$ و $\{۴ \text{ و } ۱ \text{ و } ۳\}$ و $\{۴ \text{ و } ۱ \text{ و } ۲\}$ و $\{۴ \text{ و } ۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۳\}$

۸- (۱) اگر تعداد اعضای مجموعه را n در نظر بگیریم، تعداد زیرمجموعه‌ها برابر با ۲^n می‌باشد، پس:

$$۲^{n+۳} = ۲^n + ۲۲۴ \Rightarrow ۲^n \times ۲^۳ - ۲^n = ۲۲۴ \Rightarrow ۲^n(۲^۳ - ۱) = ۲۲۴ \Rightarrow ۲^n \times ۷ = ۲۲۴ \Rightarrow ۲^n = \frac{۲۲۴}{۷} = ۳۲ \Rightarrow ۲^n = ۲^۵ \Rightarrow n = ۵$$

$$x, y \in \mathbb{Z} \text{ و } xy = ۸ \Rightarrow (x=۱ \text{ و } y=۸) \quad (x=۲ \text{ و } y=۴) \quad (x=۴ \text{ و } y=۲) \quad (x=۸ \text{ و } y=۱) \quad (x=-۱ \text{ و } y=-۸) \quad (۳) \quad ۹-۲$$

$$(x=-۲ \text{ و } y=-۴) \quad (x=-۴ \text{ و } y=-۲) \quad (x=-۸ \text{ و } y=-۱) \text{ و } A = \{۱^۸ \text{ و } ۲^۴ \text{ و } ۴^۲ \text{ و } ۸^۱ \text{ و } (-۱)^{-۸} \text{ و } (-۲)^{-۴} \text{ و } (-۴)^{-۲} \text{ و } (-۸)^{-۱}\}$$

$$\text{و } \{۱۶ \text{ و } \frac{۱}{۱۶}\} \text{ و } \{۱۶ \text{ و } \frac{۱}{۸}\} \text{ و } \{۱۶ \text{ و } \frac{۱}{۴}\} \text{ و } \{۱۶ \text{ و } \frac{۱}{۲}\} \text{ و } \{۱۶ \text{ و } ۸\} \text{ و } \{۱۶ \text{ و } ۴\} \text{ و } \{۱۶ \text{ و } ۲\} \text{ و } \{۱۶ \text{ و } ۱\} \text{ و } \{۱۶ \text{ و } \frac{۱}{۱۶}\} \text{ و } \{۱۶ \text{ و } \frac{۱}{۸}\} \text{ و } \{۱۶ \text{ و } \frac{۱}{۴}\} \text{ و } \{۱۶ \text{ و } \frac{۱}{۲}\} \text{ و } \{۱۶ \text{ و } ۸\} \text{ و } \{۱۶ \text{ و } ۴\} \text{ و } \{۱۶ \text{ و } ۲\} \text{ و } \{۱۶ \text{ و } ۱\}$$

$$\{۸ \text{ و } \frac{۱}{۱۶}\} \text{ و } \{۸ \text{ و } \frac{۱}{۸}\} \text{ و } \{۸ \text{ و } \frac{۱}{۴}\} \text{ و } \{۸ \text{ و } \frac{۱}{۲}\} \text{ و } \{۸ \text{ و } ۱\} \rightarrow \text{حالت } ۱۰$$

$$A = B \Rightarrow \{۳ \text{ و } ۲x \text{ و } ۲-y\} = \{۴ \text{ و } ۲+y \text{ و } ۱\} \Rightarrow ۲+y = ۳ \Rightarrow y = ۱ \quad (۲) \quad ۱۰-۲$$

$$\Rightarrow \{۳ \text{ و } ۲x \text{ و } ۱\} = \{۴ \text{ و } ۳ \text{ و } ۱\} \Rightarrow ۲x = ۴ \Rightarrow x = ۲ \Rightarrow x+y = ۲+۱ = ۳$$

$$A = \{\sqrt{x^2+1} \mid x \in \mathbb{Z}, -۲ \leq x < ۳\} \text{ و } x = -۲ \Rightarrow \sqrt{x^2+1} = \sqrt{(-۲)^2+1} = \sqrt{۵} \text{ و } x = -۱ \Rightarrow \sqrt{x^2+1} = \sqrt{(-۱)^2+1} = \sqrt{۲} \quad (۲) \quad ۱۱-۲$$

$$x = ۰ \Rightarrow \sqrt{x^2+1} = \sqrt{۰^2+1} = ۱ \text{ و } x = ۱ \Rightarrow \sqrt{x^2+1} = \sqrt{۱^2+1} = \sqrt{۲} \text{ و } x = ۲ \Rightarrow \sqrt{x^2+1} = \sqrt{۲^2+1} = \sqrt{۵}$$

$$A = \{\sqrt{۵} \text{ و } \sqrt{۲} \text{ و } ۱\} \Rightarrow n(A) = ۳ \rightarrow \text{تعداد زیرمجموعه‌ها} = ۲^۳ = ۸ \quad \text{می‌دانیم تکرار اعضا در مجموعه تأثیری ندارد. پس:}$$

$$\{۱\} \in A \quad (۳) \quad ۱۲-۲$$

$$A = B \Rightarrow \{۲ \text{ و } -۳\} = \{b \text{ و } |a|\} \quad (۲) \quad ۱۳-۲$$

$$|a| = ۲ \Rightarrow a = \pm ۲ \text{ و } b = -۳ \Rightarrow b - ۳|a| = -۳ - ۳ \times ۲ = -۹ \quad \text{چون } |a| \text{ منفی نمی‌باشد، پس } |a| \text{ برابر با } ۲ \text{ است و داریم:}$$

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 10 < (x-3)^2 < 100\} \rightarrow \quad (1) \quad -14$$

$$x = -1 \Rightarrow 10 < ((-1)-3)^2 = (-4)^2 < 100 \Rightarrow 10 < 16 < 100 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow 10 < ((-2)-3)^2 = (-5)^2 < 100 \Rightarrow 10 < 25 < 100$$

:

$$x = -6 \Rightarrow 10 < ((-6)-3)^2 = (-9)^2 < 100 \Rightarrow 10 < 81 < 100$$

$$x = 7 \Rightarrow 10 < (7-3)^2 = 4^2 < 100 \Rightarrow 10 < 16 < 100$$

$$x = 8 \Rightarrow 10 < (8-3)^2 = 5^2 < 100 \Rightarrow 10 < 25 < 100$$

:

$$x = 12 \Rightarrow 10 < (12-3)^2 = 9^2 < 100 \Rightarrow 10 < 81 < 100$$

$$A = \{-6 \text{ و } -5 \text{ و } -4 \text{ و } -3 \text{ و } -2 \text{ و } -1 \text{ و } 7 \text{ و } 8 \text{ و } 9 \text{ و } 10 \text{ و } 11 \text{ و } 12\} \Rightarrow$$

$$-6-5-4-3-2-1+7+8+9+10+11+12 = -21+57 = 36$$

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 20\} = \{1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } \dots \text{ و } 20\} \text{ و } x \in A \Rightarrow 3x-7 = -4 \text{ و } 2 \text{ و } 5 \text{ و } \dots \text{ و } 53 \quad (2) \quad -15$$

$$B \subseteq A \Rightarrow B = \{2 \text{ و } 5 \text{ و } 8 \text{ و } 11 \text{ و } 14 \text{ و } 17 \text{ و } 20\} \rightarrow B \text{ تعداد عضوهای } 7$$

$$-16 \quad (3) \quad \text{تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه } n \text{ عضوی برابر با } 2^n \text{ است. پس داریم:}$$

$$2^k + 2^{k+1} = 48 \Rightarrow 2^k + 2^k \times 2 = 48 \Rightarrow 2^k (1+2) = 48 \Rightarrow 2^k \times 3 = 48 \Rightarrow 2^k = 16 = 2^4 \Rightarrow k = 4$$

$$-17 \quad (4) \quad \text{اگر تعداد عضوهای یک مجموعه } n \text{ باشد، تعداد زیرمجموعه‌هایی که شامل } k_1 \text{ عضو و فاقد } k_2 \text{ عضو باشند، به صورت } 2^{n-k_1-k_2} \text{ می‌باشد. پس داریم:}$$

$$n = 6 \Rightarrow 2^{6-1-1} = 2^4 = 16$$

$$\{(a+1)^2 + 1 \text{ و } (b-1)^3\} = \{-1 \text{ و } -a^4 \text{ و } c\} \quad (3) \quad -18$$

از آنجایی که $(a+1)^2 + 1$ عبارتی همواره مثبت و $-a^4$ عبارتی نامثبت است، پس $(a+1)^2 + 1$ برابر با -1 و $-a^4$ نمی‌باشد. پس داریم:

$$(b-1)^3 = -1 \Rightarrow b-1 = -1 \Rightarrow b = 0 \Rightarrow \{(a+1)^2 + 1, -1\} = \{-1, -a^4 \text{ و } c\}$$

$$-a^4 = -1 \Rightarrow a^4 = 1 \Rightarrow a = \pm 1 \text{ و } (a+1)^2 + 1 = c$$

$$a = 1 \Rightarrow c = 4 + 1 = 5 \text{ و } a = -1 \Rightarrow c = 0 + 1 = 1 \Rightarrow a = 1 \text{ و } c = 5 \Rightarrow c^a = 5^1 = 5 \text{ و } a = -1 \text{ و } c = 1 \Rightarrow c^a = 1^{-1} = 1$$

$$\{m-n \text{ و } n^3\} = \{-1\} \Rightarrow n^3 = -1 \Rightarrow n = -1 \text{ و } m-n = -1 \Rightarrow m-(-1) = -1 \Rightarrow m+1 = -1 \Rightarrow m = -2 \quad (3) \quad -19$$

$$mn \xrightarrow{n=-1 \text{ و } m=-2} mn = (-2)(-1) = 2$$

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 6\} = \{1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4 \text{ و } 5\} \quad (3) \quad -20 \quad \text{اعداد اول مجموعه } A \text{ عبارت‌اند از: (5 و 3 و 2)}$$

پس زیرمجموعه‌های چهار عضوی A که فقط دو عضو اول دارند، به صورت مقابل است:

$$A = \{1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } \dots \text{ و } 9\} \rightarrow \text{تعداد کل زیرمجموعه‌ها} = 2^9 = 512 \quad (1) \quad -21$$

حال تعداد زیرمجموعه‌هایی که شامل حداقل یک عدد اول هم نمی‌باشند را یافته و از تعداد کل زیرمجموعه‌ها کم می‌کنیم. زیرمجموعه‌هایی که شامل هیچ عدد اولی نباشند، یعنی زیرمجموعه‌هایی که شامل 2، 3، 5 و 7 نیستند. پس داریم:

$$n = 9 - 4 = 5 \Rightarrow 2^5 = 32 \rightarrow \text{جواب} = 512 - 32 = 480 \quad (1) \quad -22$$

$$\{1 \text{ و } \{2 \text{ و } 3 \text{ و } 4 \text{ و } 5\} \text{ و } \emptyset \text{ و } 5\} \rightarrow \text{تعداد اعضا} = 4 \Rightarrow 2^4 = 16$$

یک عضو می‌باشد

$$\frac{\text{تعداد زیرمجموعه‌های } B}{\text{تعداد زیرمجموعه‌های } A} = \frac{2^2}{2^1} = \frac{4}{2} = 2 \quad (2) \quad -23 \quad \text{مجموعه } B \text{ دارای دو عضو و مجموعه } A \text{ دارای یک عضو می‌باشد. بنابراین داریم:}$$

$$A = \{1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } \dots \text{ و } 30\} \text{ و } B = \{x \mid x = \xi n - 1 \text{ و } n \in A\} \quad (3) \quad -24$$

$$n = 1 \Rightarrow x = 4 - 1 = 3 \text{ و } n = 2 \Rightarrow x = 7 \text{ و } n = 3 \Rightarrow x = 11 \text{ و } \dots \text{ و } n = 30 \Rightarrow x = 119$$

تعداد اعضای B ، n تا است. $\rightarrow B = \{3, 7, \dots, 27\}$ $\Rightarrow B \subseteq A \Rightarrow x = 27 \Rightarrow n = 7 \Rightarrow n \leq 7 \Rightarrow n \leq 31 \Rightarrow \varepsilon n - 1 \leq 30$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 $n=1$ $n=2$ $n=7$

$$b \in K \Rightarrow \{b\} \subseteq K \quad (۲۵-۳)$$

$$A = \{x^y \mid x, y \in \mathbb{Z}, xy = \varepsilon\} \Rightarrow \left\{ \begin{matrix} x=1 \\ y=\varepsilon \end{matrix} \right\}, \left\{ \begin{matrix} x=-1 \\ y=-\varepsilon \end{matrix} \right\}, \left\{ \begin{matrix} x=2 \\ y=2 \end{matrix} \right\}, \left\{ \begin{matrix} x=-2 \\ y=-2 \end{matrix} \right\}, \left\{ \begin{matrix} x=\varepsilon \\ y=1 \end{matrix} \right\}, \left\{ \begin{matrix} x=-\varepsilon \\ y=-1 \end{matrix} \right\} \quad (۲۶-۲)$$

$$A = \{1^\varepsilon, (-1)^{-\varepsilon}, 2^2, (-2)^{-2}, \varepsilon^1, (-\varepsilon)^{-1}\} = \{1, \frac{1}{(-1)^\varepsilon}, \varepsilon, \frac{1}{(-2)^2}, \varepsilon, \frac{1}{-\varepsilon}\} = \{1, 1, \varepsilon, \frac{1}{\varepsilon}, \varepsilon, -\frac{1}{\varepsilon}\} \Rightarrow$$

چهار عضو دارد. $\rightarrow A = \{1, \varepsilon, \frac{1}{\varepsilon}, -\frac{1}{\varepsilon}\}$

$$\frac{2^{n+3}}{2^{n-1}} = \frac{2^n \times 2^3}{2^n \times 2^{-1}} = \frac{8}{\frac{1}{2}} = 16 \quad (۲۷-۴)$$

$$A = \{2^{3x+y} \mid x, y \in \mathbb{Z}, -\varepsilon \leq 2x \leq 2, xy = 12\} \quad (۲۸-۲)$$

$$-\varepsilon \leq 2x \leq 2 \xrightarrow{\div 2} -2 \leq x \leq 1 \Rightarrow x = -2, -1, 0, 1 \Rightarrow xy = 12 \Rightarrow \left\{ \begin{matrix} x=-2 \\ y=-6 \end{matrix} \right\}, \left\{ \begin{matrix} x=-1 \\ y=-12 \end{matrix} \right\}, \left\{ \begin{matrix} x=1 \\ y=12 \end{matrix} \right\}$$

$$\Rightarrow A = \{2^{3(-2)-6}, 2^{3(-1)-12}, 2^{3 \times 1 + 12}\} \Rightarrow A = \{2^{-12}, 2^{-15}, 2^{15}\} \rightarrow \text{سه عضو دارد} \rightarrow 2^3 = 8 = \text{تعداد زیرمجموعه‌ها}$$

$$\{x, 3\} = \{y, 8, z\} \Rightarrow x = 8 \quad (۲۹-۲)$$

برای y و z ، سه حالت وجود دارد.

$$y = 3 \text{ و } z = 8 \Rightarrow \{8, 3\} = \{3, 8, 8\} \Rightarrow x + y - z = 8 + 3 - 8 = 3$$

$$y = 3 \text{ و } z = 3 \Rightarrow \{8, 3\} = \{3, 8, 3\} \Rightarrow x + y - z = 8 + 3 - 3 = 8$$

$$z = 3 \text{ و } y = 8 \Rightarrow \{8, 3\} = \{8, 8, 3\} \Rightarrow x + y - z = 8 + 8 - 3 = 13$$

بیشترین مقدار $x + y - z$ برابر با ۱۳ می‌باشد.

$$(۳۰-۴) \quad \times \text{ (مجموعه مربع‌ها} \subseteq \text{مجموعه مستطیل‌ها یعنی } B \subseteq D \text{ گزیده)} \quad \times \text{ (مجموعه مربع‌ها} \subseteq \text{مجموعه لوزی‌ها یعنی } C \subseteq D \text{ گزیده)} \quad (۱)$$

$$\times \text{ مجموعه مربع‌ها} = \text{مجموعه لوزی‌ها} \cap \text{مجموعه متوازی‌الاضلاع‌ها یعنی } A \cap C = D \text{ گزیده (۳)}$$

$$\checkmark \text{ مجموعه مربع‌ها} = \text{مجموعه لوزی‌ها} \cap \text{مجموعه مستطیل‌ها یعنی } B \cap C = D \text{ گزیده (۴)}$$

بنابراین اشتراک مستطیل‌ها و لوزی‌ها مجموعه مربع‌ها است.

$$A = \{5x^\varepsilon - 3 \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 - 1 < 18\} \Rightarrow x^2 - 1 < 18 \Rightarrow x^2 < 19 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} x = -\varepsilon, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 \quad (۳۱-۴)$$

$$x = \pm \varepsilon \Rightarrow 5x^\varepsilon - 3 = 1277 \text{ و } x = \pm 3 \Rightarrow 5x^\varepsilon - 3 = \varepsilon \cdot 2$$

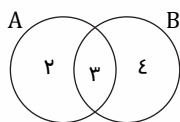
$$x = \pm 2 \Rightarrow 5x^\varepsilon - 3 = 77 \text{ و } x = \pm 1 \Rightarrow 5x^\varepsilon - 3 = 2 \text{ و } x = 0 \Rightarrow 5x^\varepsilon - 3 = -3 \text{ و } A = \{1277, \varepsilon \cdot 2, 77, 2, -3\} \rightarrow \text{پنج عضو}$$

$$A = \{2k \mid k \in \mathbb{N} \text{ و } k < 10\} = \{2, 4, 6, \dots, 18\} \text{ و } B = \{3k - 1 \mid k \in \mathbb{N} \text{ و } k \leq 5\} = \{2, 5, 8, 11, 14\} \quad (۳۲-۳)$$

$\underbrace{k=1, 2, \dots, 9}$ $\underbrace{k=1, 2, 3, 4, 5}$

$$A \cap B = \{2, 8, 14\} \Rightarrow A - (A \cap B) = \{4, 6, 10, 12, 16, 18\}$$

$$(۳۳-۳) \text{ باتوجه به نمودار ون داریم:}$$



$$n(A \cup B) = 2 + 3 + \varepsilon = 9$$

$$(A - B) \cap C = \{1, 2, 3\} \cap C = \{1, 3\} \quad (۳۴-۱)$$

$$\left. \begin{matrix} A \cup B = B \\ A - B = \emptyset \end{matrix} \right\} \Rightarrow (A \cup B) - (A - B) = B - \emptyset = B \quad (۳۵-۲)$$

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\} \text{ و } B = \{5, 7, 9, 11\} \text{ و } A \cap B = \{5, 7, 9\} \quad (۳۶-۳)$$

$$3 = \text{تعداد زیرمجموعه‌های یک عضو} \Rightarrow \{9\} \text{ و } \{7\} \text{ و } \{5\} = \text{زیرمجموعه‌های یک عضو}$$