

ریاضی دبیرستان



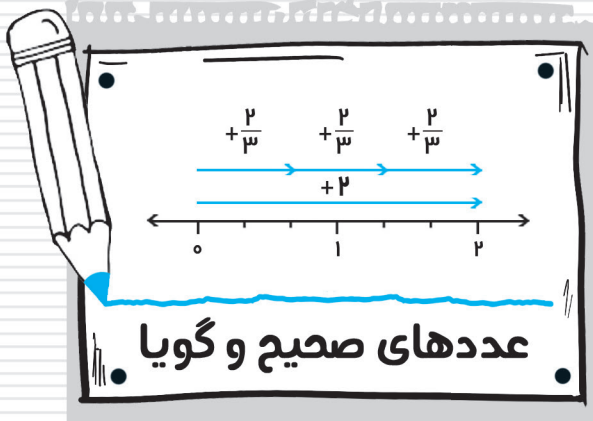
پایه هشتم

دوره اول متوسطه

- آموزش ساده و روان
- سؤال‌های امتحانی با پاسخ
- تمرین‌های طبقه‌بندی شده
- کتابی مناسب برای خانه و مدرسه

فهرست مطالب

۵	فصل ۱ - عددهای صحیح و گویا
۵	درس اول: یادآوری عددهای صحیح
۹	درس دوم: معرفی عددهای گویا
۱۸	درس سوم: جمع و تفریق عددهای گویا
۲۴	درس چهارم: ضرب و تقسیم عددهای گویا
۳۱	فصل ۲ - عددهای اول
۳۱	درس اول: یادآوری عددهای اول
۳۹	درس دوم: تعیین عددهای اول
۴۷	فصل ۳ - چندضلعی‌ها
۴۷	درس اول: چندضلعی‌ها و تقارن
۵۵	درس دوم: توازی و تعامد
۶۰	درس سوم: چهارضلعی‌ها
۶۸	درس چهارم: زاویه‌های داخلی
۷۶	درس پنجم: زاویه‌های خارجی
۸۳	فصل ۴ - جبر و معادله
۸۳	درس اول: ساده کردن عبارت‌های جبری
۹۰	درس دوم: پیدا کردن مقدار یک عبارت جبری
۹۶	درس سوم: تجزیه عبارت‌های جبری
۱۰۳	درس چهارم: معادله
۱۱۱	فصل ۵ - بردار و مختصات
۱۱۱	درس اول: جمع بردارها
۱۲۱	درس دوم: ضرب عدد در بردار
۱۳۱	درس سوم: بردارهای واحد مختصات
۱۴۰	فصل ۶ - مثلث
۱۴۰	درس اول: رابطه فیثاغورس
۱۴۷	درس دوم: شکل‌های هم‌نهشت
۱۵۱	درس سوم: مثلث‌های هم‌نهشت
۱۵۷	درس چهارم: هم‌نهشتی مثلث‌های قائم‌الزاویه
۱۶۲	فصل ۷ - توان و جذر
۱۶۲	درس اول: توان
۱۷۲	درس دوم: تقسیم اعداد توان‌دار
۱۷۹	درس سوم: جذر تقریبی
۱۸۶	درس چهارم: نمایش اعداد رادیکالی روی محور اعداد
۱۹۲	درس پنجم: خواص ضرب و تقسیم رادیکال‌ها
۱۹۹	فصل ۸ - آمار و احتمال
۱۹۹	درس اول: دسته‌بندی داده‌ها
۲۰۷	درس دوم: میانگین داده‌ها
۲۱۵	درس سوم: احتمال یا اندازه‌گیری شانس
۲۲۴	درس چهارم: بررسی حالت‌های ممکن
۲۳۵	فصل ۹ - دایره
۲۳۵	درس اول: خط و دایره
۲۴۰	درس دوم: زاویه‌های مرکزی
۲۵۰	درس سوم: زاویه‌های محاطی



فصل ۱

آموزش

درس اول: یادآوری عددهای صحیح

یادآوری: به مجموعه‌ای که شامل اعداد صحیح مثبت (اعداد طبیعی)، صفر و اعداد منفی (قرینه اعداد طبیعی) است، مجموعه اعداد صحیح می‌گویند و آن را با حرف $\mathbb{Z}$ نمایش می‌دهند.

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

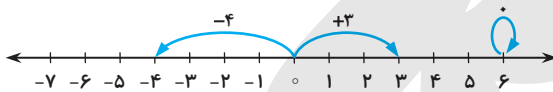


ویژگی اعداد روی محور اعداد صحیح آن است که هرچه اعداد به سمت راست (مثبت‌ها) پیش می‌روند، بزرگ‌تر می‌شوند. هر عدد صحیح مثبت از صفر بزرگ‌تر است و هر عدد صحیح منفی از صفر کوچک‌تر می‌باشد. اعداد صحیح مثبت از اعداد منفی بزرگ‌ترند.

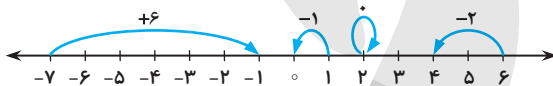
مثال: مقایسه کنید. (الف) $+987 > 0$ (ت) $-421 > 0$ (پ) $17 < -170$ (ب) $-256 > -19$ (الف)

برای هر عدد صحیح می‌توان حرکتی روی محور که معمولاً از صفر شروع می‌شود رسم کرد و همچنین برای هر حرکت نیز می‌توان عددی متناظر نوشت. حرکت به سمت راست، علامت مثبت و حرکت به سمت چپ، علامت منفی را مشخص می‌کند. حرکتی که ابتدا و انتهایش یک نقطه است، صفر می‌باشد.

مثال: (الف) حرکت‌هایی متناظر با اعداد صفر، -4 و $+3$ را رسم کنید.



(ب) حرکت‌های روی محور چه اعدادی را مشخص می‌کنند؟ آنها را در شکل بنویسید.



قرینه اعداد صحیح

هر دو عدد قرینه روی محور از مبدأ به یک فاصله هستند، با این تفاوت که یکی سمت راست و دیگری سمت چپ صفر قرار دارند. نماد قرینه علامت $(-)$ می‌باشد.

مثال: قرینه عبارت‌های مقابل را بنویسید. (الف) $-(-9) = +9$ (ب) $-(+118) = -118$

قرینه عدد صفر، خودش می‌باشد.

انجام عملیات عددهای صحیح

- برای محاسبه حاصل عبارت‌هایی که شامل توان، جذر، ضرب، تقسیم، جمع و تفریق می‌باشند، به ترتیب زیر عمل می‌کنیم.
- ۱- ابتدا حاصل داخل کروشه یا پرانتز را به دست می‌آوریم. در صورت تداخل پرانتزها، از داخلی‌ترین (هسته) پرانتز شروع می‌کنیم.
 - ۲- مرحله بعد محاسبه توان و جذر است که هر کدام را به دست می‌آوریم.
 - ۳- سپس ضرب و تقسیم را انجام می‌دهیم. (اگر چندین ضرب و تقسیم داشتیم از چپ به راست شروع به انجام عملیات می‌کنیم)
 - ۴- سرانجام جمع و تفریق‌ها محاسبه می‌شوند. (اگر چندین جمع و تفریق داشتیم از چپ به راست شروع به انجام عملیات می‌کنیم)
-  اگر عددی پشت یک پرانتز قرار گرفت و بین عدد و پرانتز علامتی نبود، منظور علامت ضرب است.

 مثال: حاصل هریک از عبارت‌های زیر را بیابید.

الف) $-4 + 5 - 3[-4 + (-6 - 8) - 4] = -4 + 5 - 3[(-18) - 4] = -4 + 5 - 3[-22] = -4 + 5 + 66 = (+1) + 66 = +67$

ب) $-[-4[-3[-2(4-5)+4]+3]+6]-7 = -[-4[-3[-2 \times (-1)+4]+3]+6]-7 = -[-4[-3[(+2)+4]+3]+6]-7 = -[-4[-3(6)+3]+6]-7 = -[-4[-18+3]+6]-7 = -[-4(-15)+6]-7 = -[(-60)+6]-7 = -(+54)-7 = -54-7 = -61$

پ) $8 \div 4 \times 3 - 2(4 - (6 - 1) \times 2) = \frac{8}{2} \times 3 - 2(4 - (6 - 1) \times 2) = 4 \times 3 - 2(4 - 5 \times 2) = 12 - 2(4 - 10) = 12 - 2(-6) = 12 + 12 = 24$

درس اول: یادآوری عددهای صحیح

سؤال‌های امتحانی با پاسخ

۱- جمله‌های درست را با «✓» و جمله‌های نادرست را با «✗» مشخص کنید.

- ☐ الف، تعداد اعداد صحیح و اعداد طبیعی بی‌شمار است.
- ☐ ب، قرینه کوچک‌ترین عدد صحیح منفی یک‌رقمی برابر با (+1) است.
- ☐ پ، حاصل تقسیم یک عدد صحیح منفی بر یک عدد طبیعی، یک عدد منفی می‌باشد.
- ☐ ت، حاصل ضرب هر عدد صحیح مخالف صفر در قرینه‌اش برابر با عددی مثبت است.
- ☐ ث، حاصل جمع بزرگ‌ترین عدد صحیح مثبت دو رقمی با قرینه‌اش برابر با صفر است.

۲- هریک از جمله‌های زیر را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

- الف، حاصل جمع قرینه هر عدد طبیعی با صفر برابر است با
- ب، حاصل ضرب بزرگ‌ترین عدد منفی سه‌رقمی در صفر برابر است با
- پ، میانگین اعداد -47 ، -17 ، $+20$ ، 47 و (-17) برابر است با
- ت، حاصل تقسیم دو عدد صحیح زمانی منفی است که عامل‌های تقسیم باشند.

۳- حاصل عبارت $2 - 2[-35 \div 7 + (-8)]$ برابر است با:

- ☐ الف) صفر ☐ ب) $+26$ ☐ ج) -28 ☐ د) $+28$

۴- حاصل عبارت مقابل کدام گزینه است؟

$(5 - 3 \times 2)^3 \div (-2 - 3 - (-7)) =$

- ☐ الف) $-\frac{1}{4}$ ☐ ب) -2 ☐ ج) $+\frac{1}{4}$ ☐ د) $+2$

۵- حاصل کدام عبارت از بقیه بزرگ‌تر است؟

- ☐ الف) $-6 - 5 \times 4 + (-18) \div 2$ ☐ ب) $-3 + 3 \times 4 \div 6 - 5$
- ☐ ج) $-7 + 8 \div 4 - 19$ ☐ د) $(-10 + 10)(14 + 24 - 34)$

۶- حاصل عبارت $(-2 + 4 + 6 + \dots + 100) -$ کدام است؟

الف) -5050

ب) -10100

ج) -2550

د) -1275

۷- حاصل عبارت‌های زیر را به‌دست آورید.

الف) $(-2 - 4 - 6 - 8 - 10) + (15) =$

ب) $3 - 4 - 5 + 6 + 7 - 8 - 9 + 10 + 11 =$

پ) $[-(-56) \div (-7)] \div [-64 \div 8] =$

ت) $-80 \div (-4) \div 5 \times (-11) =$

ث) $-[5 - 2 \times (-5) + 7 - 2] \div [-(-3 + 5) - (-3)] =$

ج) $-[(-10) + (-2 - 3)] + 0 - (-6) =$

۸- مقدار عبارت‌های زیر را محاسبه کنید.

الف) $-10 + 20 - 30 + 40 - \dots - 90 + 100 =$

ب) $1^{\circ} - 2^{\circ} + 3^{\circ} - 4^{\circ} + 5^{\circ} - 6^{\circ} + 7^{\circ} - 8^{\circ} + \dots + 13^{\circ} - 14^{\circ} =$

پ) $-1 + 2 - 3 + 4 - 5 + 6 - \dots - 99 + 100 =$

ت) $+1520 - 1500 + 3830 - 3810 + 7600 - 7580 + 9999 - 9979 =$

۹- در جای خالی علامت $+$ و $-$ قرار دهید تا حاصل عبارت، بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد ممکن شود.

الف) کوچک‌ترین حاصل ممکن:

۱) $-3 \square (-5) \square (+4) \square -7 \square +13$

۲) $-20 \square (-15) \div (-5) \square (+10)$

۳) $(-13 \square 7) \square (-13 \square -17)$

۴) $+3 \square 2[5 \square 4 \times 6 \square 7]$

ب) بزرگ‌ترین حاصل ممکن:

۱) $-3 \square (-5) \square (+4) \square -7 \square +13$

۲) $-20 \square (-15) \div (-5) \square (+10)$

۳) $(-13 \square 7) \square (-13 \square -17)$

۴) $+3 \square 2[5 \square 4 \times 6 \square 7]$

۱۰- مقدار عبارت‌های زیر را به‌دست آورید.

الف) $-[2^3 \times 3] + [-2^2 \times 3 + 4^2] =$

ب) $[-12 \div (-6)] \times (3 \times (-5)) + 7^0 =$

پ) $(-1)^4 (-4 - 2) \times (-10 \times (-(-5))) =$

ت) $[(+5) + (+7)] \div (-\frac{25}{+5} + 2^3) =$

ث) $(15 - 1)(15 - 2)(15 - 3) \dots (15 - 17) =$

ج) $9 - 4[5 + 3(15 - \sqrt{49} \times \sqrt{\frac{-24}{-6}} + 3)] =$

چ) $[-5^2 \div (-5)] \times [-2 + (-\sqrt{36})] =$

ح) $\sqrt{\sqrt{81}} - 2[5 - 4 \times 6 - 7] =$

خ) $[(+42 \div (-14))]^2 \times (-2)^2 =$

د) $(4^2 - 15)^{1493} + (-2)^2 \times (-3)^3 =$

ذ) $(-2)^3 \times (-3)^2 \div [-3 \times (-6)]^1 =$

ر) $-2(-5) - (-2 + 1) + (-4)^2 - 4^2 =$

ز) $(-6 \div 2)^3 - (-1 \times 2)^4 =$

ژ) $-11^2 - 5 \times 3^2 + 2 \times (4^3 - 1) =$

پاسخ سؤال‌ها

- ۱- الف) ✓ ب) ✗ کوچک‌ترین عدد صحیح منفی یک رقمی (-9) است. اعداد منفی، هر چقدر مقدارشان بیشتر شود، ارزش کمتری پیدا می‌کنند. $+9 \rightarrow$ قرینه -9
- پ) ✓ عددهای طبیعی همان عددهای صحیح مثبت هستند (عددهای مثبت را می‌توان بدون علامت نوشت) و چون در تقسیم دو عدد صحیح، ابتدا علامت‌ها را تقسیم می‌کنیم، پس: $(-) \div (+) = -$
- ت) ✗ هر عدد صحیح مخالف صفر و قرینه‌اش دارای علامت‌های متفاوتی می‌باشند. پس در هر صورت، پاسخ عدد منفی خواهد بود. $(-) \times (+) = (-)$ و $(+) \times (-) = (-)$
- ث) ✓ روش اول: $+99 + (-99) = 0 \Rightarrow -99 \xrightarrow{\text{قرینه}} +99$ و $+99 =$ بزرگ‌ترین عدد صحیح مثبت دو رقمی
- روش دوم: حاصل جمع هر عدد صحیح با قرینه‌اش برابر با صفر است.

- ۲- الف) یک عدد منفی، قرینه هر عدد طبیعی، یک عدد منفی است. (حاصل جمع هر عدد صحیح با صفر برابر با خود آن عدد می‌باشد)
- ب) صفر حاصل ضرب هر عدد (طبیعی، حسابی، صحیح، گویا و ...) در صفر همواره برابر با صفر است.

$$+8 \xrightarrow{\text{قرینه}} -8 \rightarrow -8 + 0 = -8 \quad (\text{مثال: عدد طبیعی: } 8)$$

پ) $+4$
$$+4 = 20 \div 5 = +4 \Rightarrow [(-17) + 47 + 20 - 17 - 47 = 0 + 0 + 20] \div 5 = 20 \div 5 = +4$$
 تعداد اعداد $\div$ مجموع اعداد = میانگین

ت) دارای علامت‌های مختلف (مختلف علامه)
$$2 - 2 \times [-5 + (-8)] = 2 - 2 \times [-13] = 2 + 26 = 28$$
 د) باتوجه به اولویت در محاسبات

۴- الف
$$\frac{-1}{2} \xrightarrow{(-1) \times (-1) \times (-1) = (-1)} (-1) \div (+2) = \frac{-1}{2}$$
 $(5-6)^3 \div (-2-3+7) = (-1)^3 \div (+2)$

۵- د
$$0 = 0 \times (0) = 0 \times (14 + 24 - 34) = 0 \times 0 = 0$$
 ج) $-7 + 2 - 19 = -24$ ب) $-3 + 12 \div 6 - 5 = -3 + 2 - 5 = -6$ الف) $-6 - 20 - 9 = -35$

۶- ج
$$-2550 \xrightarrow{\text{قرینه}} -2550 = 50 \times \frac{100+2}{2} = 50 \times 51 = 2550$$
 میانگین $\times$ تعداد = $2 + 4 + 6 + \dots + 100 = 1000$

$$50 = (100 - 2) \div 2 + 1 = 100 \div 2 + 1 = 50 + 1 = 51$$
 (اولین عدد زوج - آخرین عدد زوج) = تعداد عددهای زوج

۷- الف
$$-2 = (-17) + 15$$

ب)
$$11 = -26 + 37 = (-4 - 5 - 8 - 9) + (3 + 6 + 7 + 10 + 11)$$

حاصل جمع عددهای منفی را با هم و حاصل جمع عددهای مثبت را با هم محاسبه کرده و سپس پاسخ نهایی را به دست می‌آوریم.

پ)
$$\frac{1}{2} = + \frac{1}{16} = -8 \div (-16) = -8 \div (-16) = + \frac{1}{2}$$
 $[+56 \div (-7)] \div [-16] = -8 \div (-16)$ ت) $-44 = 20 \div 5 \times (-11) = 4 \times (-11)$

ث)
$$-2 = -20 \div (+1) = -20 \div (+1) = -2$$
 $-[5 + 10 + 7 - 2] \div [-(+2) + 3] = -[+20] \div [-2 + 3] = -20 \div (+1)$ ج) $+21 = 15 + 6 = +15 + 6 = -[-15] + 6 = -[-10 + (-5)] + 6$

۸- الف)
$$50 = 5 \times (+10) = 50$$
 $-10 + 20 - 30 + 40 - \dots - 90 + 100 = 50$ ب) $0 = 0 + 0 + \dots + 0 = 0$ $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots + 1 - 1$

پ)
$$50 = 50 \times (+1) = 50$$
 $-1 + 2 - 3 + 4 - 5 + 6 - \dots - 99 + 100 = 50$

ت)
$$8 = 4 \times (+2) = 8$$
 $+1520 - 1500 + 3830 - 3810 + 7600 - 7580 + 9999 - 9979 = 8$

۹- الف)
$$-33 = (-15) \div (-5) = (-15) \div (-5) = +3$$
 $-20 \div (-5) = 4$ $-3 - 5 - 4 - 7 - 13 = -32$ $-3 - 5 - 4 - 7 - 13 = -32$

۳)
$$-5 = (-13 + 17) - (-13 + 17) = -5$$
 $4) +3 - 2 \times [5 + 4 \times 6 + 7] = +3 - 2 \times (5 + 24 + 7) = +3 - 2 \times 36 = -69$

ب)
$$-7 = -20 \div 3 + 10 = -20 \div 3 + 10 = -7$$
 $-20 \div (-5) = 4$ $-3 - 5 - 4 - 7 - 13 = -32$ $-3 - 5 - 4 - 7 - 13 = -32$

$$3) (-13 + 7) - (-13 + -17) = -6 + 30 = +24 \quad 4) +3 + 2 \times [5 + 4 \times 6 + 7] = +3 + 2 \times [5 + 24 + 7] = +3 + 72 = +75$$

الف) $-[8 \times 3] + [-4 \times 3 + 16] = -24 + [-12 + 16] = -24 + 4 = -20$ ب) $[+2] \times (-15) + 1 = -30 + 1 = -29$ -10

پ) $(+1) \times (-6) \times (-50) = +300$ ت) $[+12] \div (-5 + 8) = +12 \div (+3) = +4$

ث) $(15-1) \times (15-2) \times \dots \times (15-15) \times (15-16) \times (15-17) = 0$

ج) $9 - 4 \times [5 + 3 \times (15 - 7 \times \sqrt{4} + 3)] = 9 - 4 \times [5 + 3 \times (15 - 14 + 3)] = 9 - 4 \times [5 + 12] = 9 - 4 \times 17 = 9 - 68 = -59$

چ) $[-25 \div (-5)] \times [-2 - 6] = +5 \times (-8) = -40$ ح) $\sqrt{9} - 2 \times [5 - 24 - 7] = 3 - 2[-26] = 3 + 52 = 55$

خ) $[-3]^2 \times (+4) = +9 \times (+4) = +36$ د) $(16-15)^{1393} + (+4) \times (-27) = (1)^{1393} + (-108) = 1 - 108 = -107$

ذ) $(-8) \times (+9) \div [+18]^1 = -72 \div (+18) = -4$ ر) $-2 \times (-5) - (-1) + (+16) - 16 = +10 + 1 + 0 = +11$

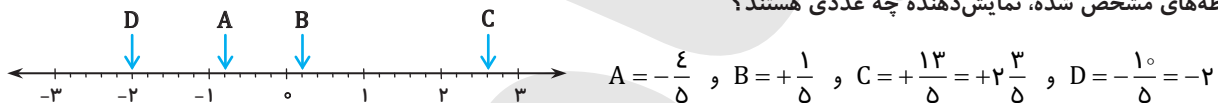
ز) $(-3)^3 - (-2)^4 = -27 - (+16) = -27 - 16 = -43$ ژ) $-121 - 5 \times 9 + 2 \times (64-1) = -121 - 45 + 2 \times (63) = -121 - 45 + 126 = -40$

درس دوم: معرفی عددهای گویا

آموزش

عدد گویا، عددی است که بتوان آن را به صورت یک کسر مانند $\frac{a}{b}$ نمایش داد که در آن صورت و مخرج اعداد صحیح هستند ولی مخرج هیچ گاه صفر نیست.

مثال: نقطه‌های مشخص شده، نمایش دهنده چه عددی هستند؟

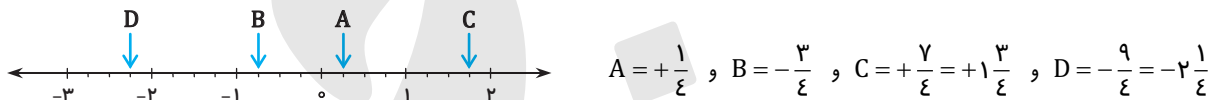


نقطه نمایش يك عدد گویا بر روی محور اعداد

برای نشان دادن مکان عددهای گویا روی محور باید به مخرج آنها برای تقسیم بندی واحدها دقت کرد. مخرج عددهای گویا نشان دهنده آن است که هر واحد به چند قسمت تقسیم می شود و صورت عددهای گویا نشان می دهد چند قسمت (بخش) باید در جهت مثبت یا منفی (باتوجه به علامت عدد گویا) از صفر دور شود.

مثال: اعداد $+\frac{1}{4}$ و $-\frac{3}{4}$ و $+\frac{7}{4}$ و $-\frac{9}{4}$ را روی محور نمایش دهید.

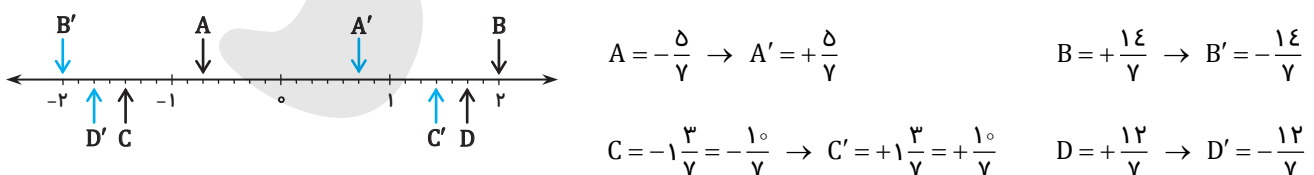
پاسخ: چون مخرج 4 است، هر واحد را به چهار قسمت مساوی تقسیم می کنیم و سپس نقاط را باتوجه به صورت و علامت عدد مشخص می کنیم.



قرینه اعداد گویا

مانند عددهای صحیح، هر عدد گویا نسبت به قرینه اش علامت متفاوتی دارد و فاصله هر عدد گویا و قرینه اش تا صفر (مبدأ) یکسان و برابر است.

مثال: قرینه نقاط زیر را مشخص نموده و روی محور نمایش دهید.



هر عدد طبیعی، صحیح، کسری، مخلوط (که به کسر بزرگ‌تر از واحد تبدیل شود) و اعشاری مثبت و منفی، یک عدد گویا است، زیرا می‌توان آنها را به صورت یک کسر علامت‌دار نوشت.

مجموعه (خانواده و دسته) عددهای گویا عضو ابتدا و انتها ندارد.

مثال: کدام یک از عددهای زیر گویا است؟ قرینه اعداد گویا را بنویسید.

عدد	$+0/9$	$-\sqrt{\frac{75}{3}}$	$-\frac{\sqrt{5}}{-11}$	$[۱۸ \text{ و } ۳۶]$	$\frac{(0/1)^2}{15}$	$-\frac{\sqrt{19}}{7}$	$-(-(-14))$
عدد گویا	✓	$= -\sqrt{25} = -5$ ✓	—	$= ۳۶$ ✓	$= \frac{0/1}{15}$ ✓	—	$= -14$ ✓
قرینه عدد گویا	$-0/9$	$+\sqrt{\frac{75}{3}} = +5$	—	-۳۶	$-\frac{(0/1)^2}{15} = -\frac{0/1}{15}$	—	$+14$

برای تبدیل کسرهای بزرگ‌تر از واحد (عددهای گویایی که صورت از مخرج بزرگ‌تر است) به عدد مخلوط، بدون در نظر گرفتن علامت، صورت را بر مخرج تقسیم کرده، خارج قسمت را به عنوان جزء صحیح و باقی‌مانده تقسیم را به عنوان صورت قسمت کسری می‌نویسیم و سپس علامت را به کل عدد مخلوط می‌دهیم.

مثال: عددهای زیر را به صورت عدد مخلوط بنویسید.

الف) $-\frac{۱۹}{۵} = -۳\frac{۴}{۵}$ ب) $\frac{۸۷}{۱۰} = +۸\frac{۷}{۱۰}$ پ) $+\frac{۲۰}{۹} = +۲\frac{۲}{۹}$ ت) $-\frac{۳۹۸}{۱۰۰} = -۳\frac{۹۸}{۱۰۰}$

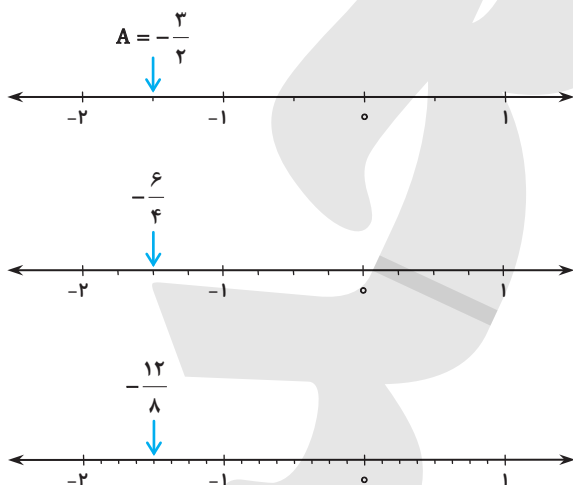
برای تبدیل عدد مخلوط به کسر ابتدا بدون در نظر گرفتن علامت، جزء صحیح را در مخرج ضرب کرده و با صورت جمع می‌کنیم و سپس علامت عدد مخلوط را به کل کسر می‌دهیم.

مثال: عددهای مخلوط زیر را به کسر تبدیل کنید.

الف) $-۷\frac{۱}{۹} = -\frac{۶۴}{۹}$ ب) $+۱۹\frac{۲}{۵} = +\frac{۹۷}{۵}$ پ) $-۸\frac{۱}{۱۰} = -\frac{۸۱}{۱۰}$ ت) $۳۰\frac{۴}{۱۰۰} = +\frac{۳۰۰۴}{۱۰۰}$

تساوی کسرها

به نقطه نمایش عدد گویای $A = -\frac{۳}{۲}$ توجه کنید.



اگر هریک از قسمت‌های کوچک را به دو بخش مساوی تقسیم کنیم و دوباره هریک از قسمت‌های کوچک را نیز به دو بخش تقسیم کنیم، ملاحظه می‌کنید که مکان نقطه A در هر سه محور دقیقاً یک نقطه است.

پس باهم برابر هستند. یعنی: $-\frac{۳}{۲} = -\frac{۶}{۴} = -\frac{۱۲}{۸}$

هرگاه صورت و مخرج عدد گویا را در یک عدد ضرب کنیم، اعداد گویای مساوی با آن به دست می‌آید.

هر عدد گویا را می‌توان به شکل‌های بسیار زیادی نمایش داد.

مثال ۱: چهار عدد مساوی با عددهای داده شده بنویسید.

الف) $-\frac{3}{5} = -\frac{6}{10} = -\frac{9}{15} = -\frac{12}{20} = -\frac{15}{25}$

ب) $+\frac{3}{7} = +\frac{6}{14} = +\frac{9}{21} = +\frac{12}{28} = +\frac{15}{35}$

$-\frac{1}{2} = -\frac{50}{100} = -\frac{2}{4} = -\frac{5000}{10000} = -\frac{18}{36} = -\frac{700}{1400}$

مثال ۲: شش شکل متفاوت عدد مقابل را بنویسید.

یافتن مقدار مجهول (x) یا مقدار نامشخص در یک تساوی

باتوجه به تساوی کسرها می توان مقدار x (مجهول) را در یک تساوی به روش زیر محاسبه کرد.

می دانیم در یک عبارت کسری که تساوی داریم، همواره حاصل ضرب طرفین برابر با حاصل ضرب وسطین عامل های تساوی می باشد. پس برای پیدا کردن مقدار نامشخص مانند سال های پیش در قسمت کسرها اقدام می کنیم.

مثال: مقدار x را به دست آورید.

$$-\frac{4}{14} = \frac{x}{35} \Rightarrow -4 \times 35 = x \times 14 \Rightarrow x = \frac{-4 \times 35}{14} = -10$$

در اعداد گویا عمل دور در دور، نزدیک در نزدیک برای ساده کردن عبارت ها بسیار مؤثر است. حاصل ضرب دور در دور در صورت کسر حاصل و حاصل ضرب نزدیک در نزدیک در مخرج کسر حاصل قرار می گیرد و علامت ها نیز در هم ضرب شده و به کل کسر تعلق می گیرد.

$$\frac{-\frac{3}{4}}{-\frac{4}{9}} = +\frac{\frac{3}{4}}{\frac{4}{9}} = +\frac{27}{16}$$

مثال: ساده ترین حالت کسر مقابل را بنویسید.

قبل از عمل دور در دور، نزدیک در نزدیک می توان صورت را با صورت ساده کرد و مخرج را با مخرج و سپس کار را ادامه داد.

$$+\frac{2\frac{3}{4}}{-1\frac{10}{12}} = -\frac{\frac{11}{4}}{\frac{22}{12}} = -\frac{\frac{1}{1}}{\frac{2}{3}} = -\frac{3}{2}$$

مثال: ساده ترین حالت کسر مقابل را بنویسید.

شکل دیگر عددهای گویایی که صورت و مخرج برابر دارند، عدد یک است.

الف) $-\frac{1}{1} = -1$

ب) $+\frac{90}{90} = +1$

مثال: ساده ترین حالت کسرها مقابل را بنویسید.

شکل دیگر عددهای گویایی که صورتی برابر با صفر دارند، عدد صفر است.

الف) $-\frac{0}{17} = 0$

ب) $+\frac{0}{218} = 0$

مثال: ساده ترین حالت کسرها مقابل را بنویسید.

عددهای گویایی که مخرج یک دارند را می توان به صورت عدد صحیح نمایش داد.

الف) $-\frac{13}{1} = -13$

ب) $+\frac{8}{1} = +8$

مثال: ساده ترین حالت کسرها مقابل را بنویسید.

هر عدد طبیعی و عدد صحیح را می توان با دادن مخرج یک به آنها به صورت یک عدد گویا نوشت.

الف) $-19 = -\frac{19}{1}$

ب) $+389 = +\frac{389}{1}$

مثال: اعداد صحیح را به صورت یک عدد گویا بنویسید.

علامت يك عدد گویا

با ضرب علامت صورت در علامت مخرج و در علامت کسر می‌توان یک علامت به‌دست آورد که متعلق به کل کسر است. (نبودن علامت، نشان‌دهنده علامت مثبت است)

مثال: حاصل عبارت‌های زیر را به‌دست آورید.

$$\text{الف) } -\frac{-4}{-11} = -\frac{4}{11} \quad \text{ب) } -2\frac{-3}{-4} = -2\frac{3}{4} = -\frac{11}{4} \quad \text{پ) } -\frac{3}{-19} = +\frac{3}{19}$$

اگر تعداد منفی‌ها در یک کسر فرد باشد، علامت کسر منفی است و اگر تعداد منفی‌ها در کسر زوج باشد، علامت کسر مثبت است.

تعیین علامت يك عبارت کسری

اگر در صورت یا مخرج کسری، عملی غیر از ضرب وجود داشت، ابتدا حاصل عملیات را به‌دست آورده و سپس علامت‌ها را در هم ضرب می‌کنیم.

$$\text{مثال:} \text{ حاصل عبارت مقابل را به‌دست آورید. } \frac{-42 \div (-7)}{-2-3-(+7)} = \frac{+6}{-12} = -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2}$$

برای ساده کردن کسرها نیز ابتدا کسر را تعیین علامت نموده و سپس مانند اعداد صحیح، اعداد را ساده می‌کنیم.

$$\text{مثال:} \text{ حاصل عبارت مقابل را به‌دست آورید. } \frac{-19 \times (-36) \times (+25)}{-5^2 \times (-30-8) \times (-3)^2} = \frac{-19 \times (-36) \times 25}{-25 \times (-38) \times (+9)} = +\frac{19 \times 36 \times 25}{25 \times 38 \times 9} = +2$$

اعداد گویای بین دو عدد گویا

بین دو عدد طبیعی متوالی یا دو عدد صحیح متوالی، عدد طبیعی یا صحیح وجود ندارد. اما در مورد اعداد گویا این مطلب درست نیست. بین هر دو

عدد گویای متمایز، بی‌شمار عدد گویا وجود دارد. مثلاً $-\frac{13}{10} = -1\frac{3}{10}$ بین $-\frac{14}{10}$ و $-\frac{12}{10}$ است و آن را به‌صورت $-\frac{14}{10} < -1\frac{3}{10} < -\frac{12}{10}$ می‌نویسیم.

اگر x را هر عدد دلخواه در نظر بگیریم، می‌توانیم گزاره (عبارت) زیر را این‌گونه توضیح دهیم.

$$\text{مثال:} \text{ چند عدد گویا بین عددهای صحیح مقابل وجود دارد؟ } -2 < x < 5$$

پاسخ: تمام عددهای که بین -2 و 5 قرار دارند (طبیعی، صحیح، اعشاری و ...) ولی x نمی‌تواند خود -2 و 5 باشد.

$$\text{بی‌شمار عدد گویا بین } -2 \text{ و } 5 \text{ قرار دارد. } \dots \text{ و } -0.976 \text{ و } 2\frac{15}{27} \text{ و } 4/7 \text{ و } -\frac{3}{9} \text{ و } x = -1/5 \text{ و } -2 < x < 5$$

مثال ۲: عددهای زیر را با توجه به مقادیر داده شده، در جدول قرار دهید.

$$-4/2 \text{ و } -(\frac{-3 \times 27}{-9}) \text{ و } -5/85 \text{ و } -\frac{15}{2} \text{ و } -\sqrt{64} \text{ و } -6\frac{1}{3} \text{ و } -8/5 \text{ و } -\frac{16}{4}$$

$-9 \leq x < -8$	$-8 \leq x < -7$	$-7 \leq x < -6$	$-6 \leq x < -5$	$-5 \leq x \leq -4$
$-(\frac{-3 \times 27}{-9}) = -\frac{81}{9} = -9$ $-8/5$	$-\frac{15}{2} = -7\frac{1}{2}$ $-\sqrt{64} = -8$	$-6\frac{1}{3}$	$-5/85$	$-\frac{16}{4} = -4$ $-4/2$

مقایسه کسرها

ابتدا کسرها را تعیین علامت کرده و سپس باتوجه به شرایط زیر، کسرها را مقایسه می‌کنیم.

الف) کسره‌های مثبت (هر دو کسر مثبت هستند)

$$+\frac{7}{112} < +\frac{8}{112}$$

(۱) اگر مخرج‌های دو کسر برابر باشند، کسری بزرگ‌تر است که صورتش بزرگ‌تر باشد.

$$+\frac{9}{14} > +\frac{9}{28}$$

(۲) اگر صورت‌های دو کسر برابر باشند، کسری بزرگ‌تر است که مخرج آن کوچک‌تر باشد.

(۳) اگر صورت‌ها و مخرج‌ها متفاوت باشند، ابتدا با گرفتن مخرج مشترک، مخرج‌ها را یکسان کرده و سپس باتوجه به قسمت اول مقایسه می‌کنیم.

$$+\frac{4}{9} \square \frac{5}{8} \Rightarrow +\frac{32}{72} < +\frac{45}{72}$$

ب) کسره‌های منفی (هر دو کسر منفی هستند)

$$-\frac{7}{112} > -\frac{8}{112}$$

(۱) اگر مخرج‌های دو کسر برابر باشند، کسری بزرگ‌تر است که صورتش کوچک‌تر باشد.

$$-\frac{5}{12} < -\frac{5}{30}$$

(۲) اگر صورت‌های دو کسر برابر باشند، کسری بزرگ‌تر است که مخرجش بزرگ‌تر باشد.

(۳) اگر صورت و مخرج‌ها متفاوت باشند، ابتدا با گرفتن مخرج مشترک، مخرج‌ها را یکسان کرده و سپس باتوجه به قسمت اول مقایسه می‌کنیم.

$$-\frac{2}{5} \square -\frac{3}{7} \Rightarrow -\frac{14}{35} > -\frac{15}{35}$$

پ) اگر یک کسر مثبت و دیگری منفی باشد، همواره اعداد مثبت بزرگ‌تر از اعداد منفی هستند.

ت) اعداد گویای مثبت از صفر بزرگ‌تر و اعداد گویای منفی از صفر کوچک‌ترند.

درس دوم: معرفی عددهای گویا

سؤال‌های امتحانی با پاسخ

۱- جمله‌های درست را با «✓» و جمله‌های نادرست را با «✗» مشخص کنید.

☐ الف) تعداد اعداد گویا از اعداد صحیح بیشتر است.

☐ ب) بین هر دو عدد گویا حداقل یک عدد گویای دیگر وجود دارد.

☐ پ) هر عدد کسری و اعشاری مثبت یا منفی یک عدد صحیح است.

☐ ت) مقدار کسری که صورتش صفر است، برابر با صفر می‌باشد. (مخرج $\neq 0$)

۲- هریک از جمله‌های زیر را با یک عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

الف) قرینه معکوس عدد $3\frac{1}{4}$ برابر است با

ب) وقتی b عددی منفی باشد، $\frac{b}{100}$ از $\frac{b}{10}$ است.

پ) ساده‌ترین حالت کسر $-\frac{276}{150}$ ، برابر است با

ت) حاصل عبارت $(+42) \times \frac{-121 \times (-75)}{-50 \times (-77) \times (-11)}$ عددی است.

۳- عدد صفر در کدام مجموعه (دسته) از اعداد زیر قرار نمی‌گیرد؟

☐ الف) گویا

☐ ب) صحیح

☐ ج) حسابی

☐ د) طبیعی

۴- نقطه نمایش $-\frac{25}{3}$ بین کدام دو نقطه قرار دارد؟

☐ الف) ۷ و ۶-

☐ ب) ۸- و ۷-

☐ ج) ۹- و ۸-

☐ د) هیچ‌کدام

۵- حاصل کسر $\frac{102 \times (-91)}{-13 \times (+51)}$ کدام است؟

- الف) $+21$ (الف) ☐ ب) $+14$ (ب) ☐ ج) $-\frac{14}{3}$ (ج) ☐ د) -7 (د) ☐

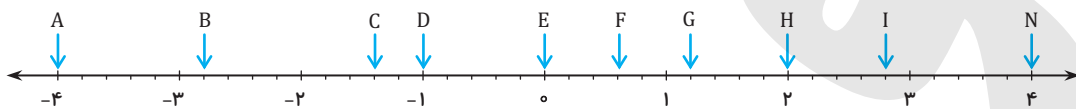
۶- عدد مخلوط مساوی با عدد گویای $-\frac{108}{-45}$ کدام است؟

- الف) $-\frac{2}{5}$ (الف) ☐ ب) $-\frac{18}{45}$ (ب) ☐ ج) $+\frac{8}{45}$ (ج) ☐ د) $+\frac{8}{5}$ (د) ☐

۷- روی محور عددهای گویا نقطه‌های خواسته شده را مشخص کنید.

الف) $A = -3\frac{2}{3}$ و $B = -\frac{4}{3}$ و $C = +\frac{9}{3}$ و $D = -\frac{14}{6}$ ب) $A = -3\frac{1}{5}$ و $B = +\frac{2}{5}$ و $C = 0\frac{0}{60}$ و $D = -2\frac{2}{8}$

۸- نقطه‌هایی که روی محور مشخص شده‌اند، چه عددهایی را نمایش می‌دهند؟ از این عددها، کدام عدد صحیح و کدام عدد غیر صحیح هستند؟



۹- کدام یک از عددهای مقابل گویا هستند؟ 71 و $-\frac{(36 \text{ و } 24)}{\sqrt{25-16}}$ و $-\frac{43}{9}$ و $\frac{\sqrt{46}}{3}$ و 0 و -65 و $+\sqrt{24}$ و $-[20 \text{ و } 30]$

۱۰- ابتدا کسرهایی زیر را به عدد مخلوط تبدیل کرده و سپس آن عدد را قرینه کنید.

الف) $-\frac{19}{8} = \dots \xrightarrow{\text{قرینه}}$ ب) $-\frac{23}{4} = \dots \xrightarrow{\text{قرینه}}$

پ) $-\frac{75}{20} = \dots \xrightarrow{\text{قرینه}}$ ت) $-\frac{93}{-14} = \dots \xrightarrow{\text{قرینه}}$

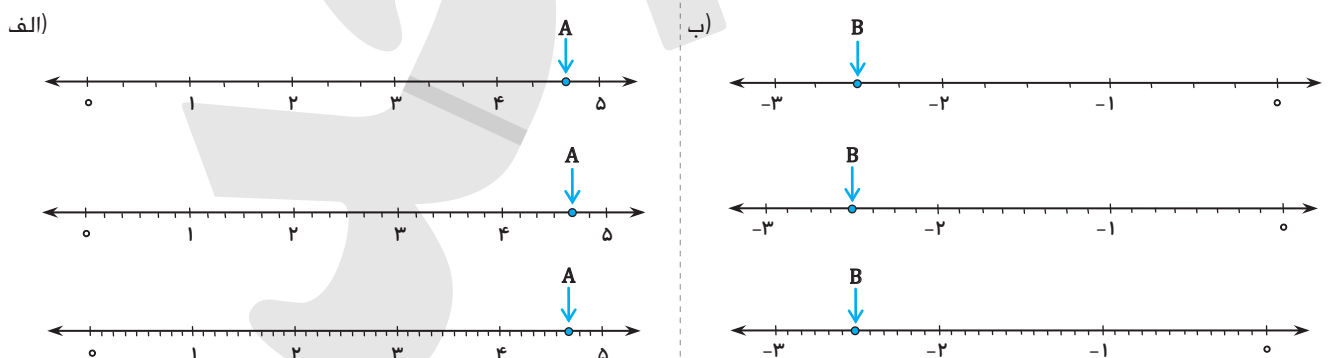
۱۱- هریک از عددهای مخلوط زیر را به شکل کسر بنویسید.

الف) $-2\frac{4}{9} =$ ب) $-5\frac{3}{12} =$ پ) $-13\frac{1}{+2} =$ ت) $-15\frac{5}{8} =$

$-\frac{7}{6} \square -\frac{8}{7}$

۱۲- در جای خالی علامت مناسب ($>$ ، $=$ یا $<$) قرار دهید.

۱۳- تساوی و نقاط متناظر با هریک از محورهای زیر را بنویسید.



الف) تساوی: $\dots$

ب) تساوی: $\dots$

۱۴- دو کسر مساوی عددهای داده شده را بنویسید.

الف) $-\frac{7}{11} = \dots = \dots$ ب) $+\frac{13}{6} = \dots = \dots$ پ) $-\frac{1}{3} = \dots = \dots$ ت) $+\frac{4}{5} = \dots = \dots$

۱۵- کسرهای زیر را تا حد امکان ساده کنید.

الف) $-\frac{93}{66} =$ ب) $\frac{152}{-190} =$ پ) $-\frac{-45}{156} =$ ت) $-\frac{-68}{-85} =$

۱۶- مقدار a را در هریک از عبارتهای زیر به دست آورید.

الف) $\frac{-34}{a} = +17$ ب) $-\frac{10}{14} = \frac{a}{-210}$ پ) $-\frac{2/5}{a} = \frac{10}{40}$ ت) $-\frac{5^2}{(15 \text{ و } 20)} = \frac{-5}{a}$

۱۷- ابتدا عبارتهای زیر را تعیین علامت کنید و سپس آنها را به سادهترین حالت ممکن بنویسید.

الف) $\frac{-28 \times 37}{74 \times 84 \times (-2)} =$ ب) $-\frac{72 \times (-16) \times (-17) \times 64}{-85 \times 96 \times (-56)} =$

۱۸- کسرهای زیر را به سادهترین حالت بنویسید.

الف) $+(-(+3\frac{2}{3})) =$ ب) $- (+(-(+5\frac{2}{3}))) =$ پ) $- (-(-(-4\frac{3}{8}))) =$ ت) $- (-(-(-\frac{4}{3}))) =$

۱۹- الف) عددهای مقابل را از کوچک به بزرگ (صعودی) مرتب کنید.

$-\frac{7}{20}$ و $\frac{9}{-16}$ و $-\frac{5}{-12}$ و $-\frac{13}{-18}$ و 0

ب) عددهای مقابل را از بزرگ به کوچک (نزولی) مرتب کنید.

$-\frac{11}{20}$ و $-\frac{3}{-4}$ و $\frac{17}{-24}$ و $-\frac{7}{12}$ و 0

۲۰- عددی که عقربه‌ها نشان می‌دهند را بنویسید.



$-\frac{5}{4}$ و $-1\frac{1}{2}$ و $-\frac{9}{5}$ و $-\frac{1}{6}$

۲۱- به کمک محورهای مختلف اعداد مقابل را مقایسه کنید.

۲۲- پنج عدد کسری بین دو عدد -4 و -5 بنویسید.

۲۳- به کمک محور، تقسیم کسری مساوی هر کسر را بنویسید.

الف) $\frac{-4}{5} =$ ب) $\frac{-3}{7} =$ پ) $\frac{+5}{6} =$

۲۴- جدول زیر را کامل کنید.

عددها	$+\frac{11}{12}$ و $+\frac{11}{35}$	$-\frac{11}{12}$ و $-\frac{11}{35}$	$+\frac{10}{47}$ و $+\frac{10}{28}$	$-\frac{10}{47}$ و $-\frac{10}{28}$	$\frac{0/2}{0/5}$ و $\frac{0/2}{0/5}$	$\frac{-0/2}{0/5}$ و $\frac{-0/2}{0/5}$
عدد بزرگ‌تر						
عدد کوچک‌تر						

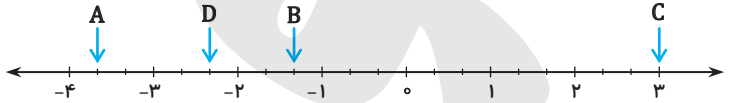
پاسخ سؤال‌ها

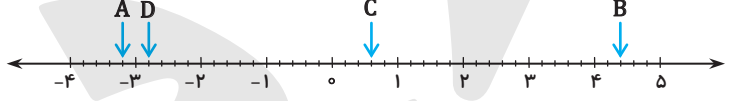
۱- الف) ✓ (چون شامل اعداد کسری و اعشاری نیز می‌شود. ب) ✓ (پ) ✗ هر عدد کسری و اعشاری + یا - یک عدد گویا است. ت) ✓ ($\frac{0}{a} = 0$ $a \neq 0$ عدد صحیح)

۲- الف) $\frac{4}{13} \xrightarrow{\text{قرینه}} -\frac{4}{13} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{13}{4} = 3\frac{1}{4}$ (ب) بزرگ‌تر $-\frac{13}{4} = -3\frac{1}{4}$ $\frac{-10}{100} = \frac{-1}{10} > \frac{-10}{100} = -1$ $b = -10$: مثال

پ) $\frac{46}{25}$ (ت) مثبت (تعداد عامل‌های منفی زوج ۶ تا است) $-\frac{276 \div 6}{150 \div 6} = +\frac{46}{25}$ $+\frac{(121 \times 75)}{(50 \times 77 \times 11)} \times (+42) = +9$

۳- د $-\frac{108}{45} = -\frac{12}{5} = -2\frac{2}{5}$ الف $-\frac{2}{5} \times \frac{7}{91} = +14$ ب $-\frac{25}{3} = -8\frac{1}{3} < -9$ ج $-\frac{1}{3} < -8$

۷- $A = -\frac{11}{3}$ و $B = -\frac{4}{3}$ و $C = +3$ و $D = -\frac{7}{3}$ 

ب) $A = -\frac{16}{5}$ و $B = +\frac{22}{5}$ و $C = +\frac{3}{5}$ و $D = -\frac{14}{5}$ 

۸- $A = -\frac{20}{5} = -4$ و $D = -\frac{5}{5} = -1$ و $E = \frac{0}{5} = 0$ و $H = +\frac{10}{5} = +2$ و $N = +\frac{20}{5} = +4$

عددهای غیر صحیح: $B = -\frac{14}{5} = -2\frac{4}{5}$ و $C = -\frac{7}{5} = -1\frac{2}{5}$ و $F = +\frac{3}{5}$ و $G = +\frac{6}{5} = +1\frac{1}{5}$ و $I = +\frac{14}{5} = +2\frac{4}{5}$

۹- $71 = +\frac{71}{1}$ و $-\frac{(36 \text{ و } 24)}{\sqrt{25-16}} = -\frac{12}{\sqrt{9}} = -\frac{12}{3} = -4$ و $-\frac{43}{9} = -\frac{388}{9}$ و $-65 = -\frac{65}{1}$ و $-[20 \text{ و } 30] = -60$ و $\frac{0}{1} = 0$

۱۰- الف) $-\frac{3}{8} \xrightarrow{\text{قرینه}} +\frac{3}{8}$ ب) $+\frac{3}{8} \xrightarrow{\text{قرینه}} -\frac{3}{8}$ پ) $-\frac{15}{20} \xrightarrow{\text{قرینه}} +\frac{15}{20}$ ت) $+\frac{9}{14} \xrightarrow{\text{قرینه}} -\frac{9}{14}$

۱۱- الف) $-\frac{22}{9}$ ب) $-\frac{63}{12}$ پ) $-\frac{27}{2}$ ت) $-\frac{65}{4}$

۱۲- در عددهای منفی با بزرگ شدن عددها، ارزش آنها کمتر می‌شود. $-\frac{7}{6} = -\frac{49}{42} < -\frac{8}{7} = -\frac{48}{42}$

۱۳- الف) $A = +\frac{14}{3} = +\frac{28}{6} = +\frac{42}{9}$ ب) $B = -\frac{10}{8} = -\frac{20}{16} = -\frac{30}{24}$

۱۴- الف) $-\frac{7}{11} = -\frac{14}{22} = -\frac{21}{33}$ ب) $+\frac{13}{6} = +\frac{26}{12} = +\frac{39}{18}$ پ) $\begin{cases} -\frac{1}{3} = -\frac{7}{3} = -\frac{14}{6} = -\frac{21}{9} \\ -\frac{1}{3} = -\frac{2}{6} = -\frac{3}{9} \end{cases}$ ت) $\begin{cases} +\frac{4}{5} = +\frac{19}{5} = +\frac{38}{10} = +\frac{57}{15} \\ +\frac{4}{5} = +\frac{8}{10} = +\frac{12}{15} \end{cases}$

۱۵- (صورت و مخرج بر ۱۷ تقسیم می‌شوند) $-\frac{4}{5}$ ت) $+\frac{45}{156} = +\frac{15}{52}$ پ) (صورت و مخرج بر ۳۸ تقسیم می‌شوند) $-\frac{4}{5}$ ب) $-\frac{93}{66} = -\frac{31}{22}$ الف)

۱۶- الف) $-34 \div a = +17 \Rightarrow a = -2$ روش دوم: $\frac{-34}{a} = \frac{+17}{1} \Rightarrow a = \frac{-34 \times 1}{+17} = -2$

ب) $a = \frac{-10 \times (-210)}{14} = +150$ یا $\frac{-10}{14} = -\frac{5 \times 20}{7 \times 30} = -\frac{a}{210} \Rightarrow a = +150$ پ) $a = \frac{-2/5 \times 40}{10} = -10$ یا $\frac{-2/5 \times (-4)}{a \times (-4)} = \frac{10}{40} \Rightarrow a = -10$

ت) $-\frac{25}{5} = -\frac{5}{a} \Rightarrow a = \frac{5 \times (-5)}{-25} = +1$ یا $\frac{-25 \div 5}{5 \div 5} = \frac{-5}{a} \Rightarrow a = +1$

$$\text{الف)} + \frac{\frac{1}{28} \times \frac{1}{37}}{\frac{1}{74} \times \frac{1}{84} \times \frac{1}{2}} = + \frac{1}{12}$$

$$\text{ب)} - \frac{\frac{6}{72} \times \frac{1}{16} \times \frac{1}{17} \times \frac{1}{64}}{\frac{5}{85} \times \frac{1}{96} \times \frac{1}{56}} = - \frac{96}{35}$$

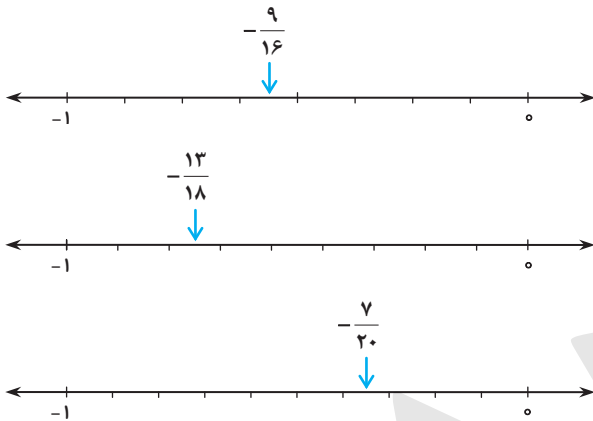
$$\text{الف)} -3\frac{2}{3}$$

$$\text{ب)} +5\frac{2}{3}$$

$$\text{پ)} +4\frac{3}{5}$$

$$\text{ت)} -4\frac{0}{3} = -4$$

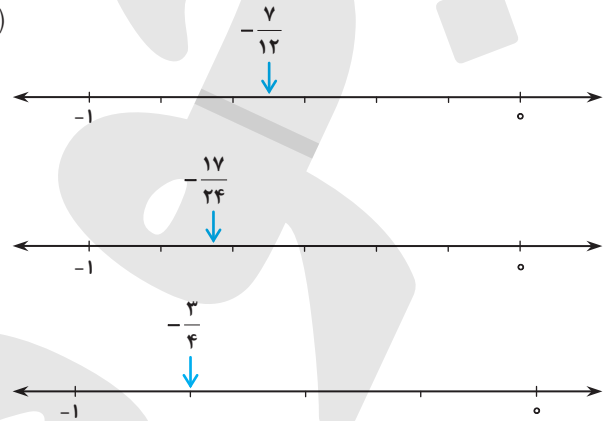
الف)



$$-\frac{7}{20}, -\frac{9}{16}, +\frac{5}{12}, -\frac{13}{18}, 0$$

$$-\frac{13}{18} < -\frac{9}{16} < -\frac{7}{20} < 0 < +\frac{5}{12}$$

ب)



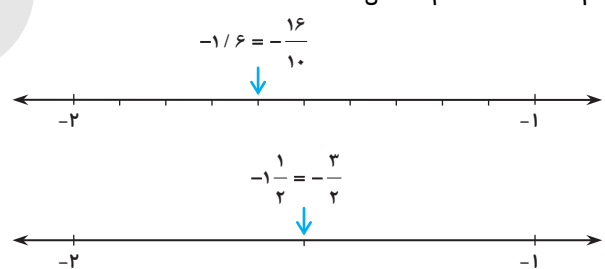
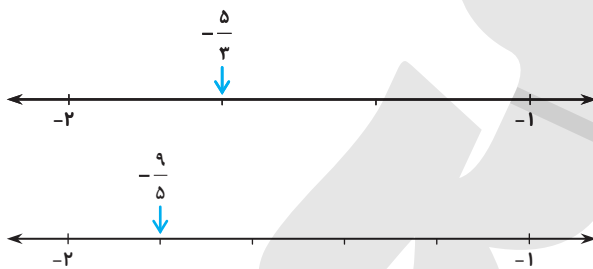
$$+\frac{11}{20}, -\frac{3}{8}, -\frac{17}{24}, -\frac{7}{12}, 0$$

$$+\frac{11}{20} > 0 > -\frac{7}{12} > -\frac{17}{24} > -\frac{3}{8}$$

$$\text{الف)} -2\frac{1}{8} = -\frac{9}{4}$$

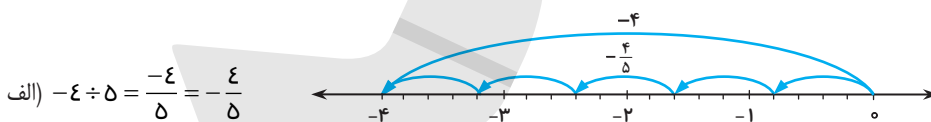
$$\text{ب)} +3\frac{2}{3} = +\frac{11}{3}$$

$$-\frac{9}{5} < -\frac{5}{3} < -1\frac{1}{6} < -\frac{3}{2}$$



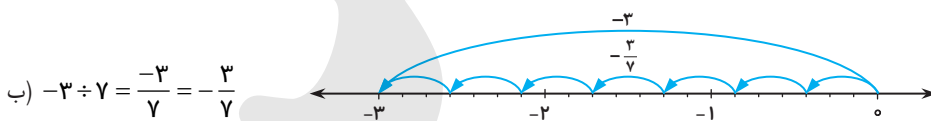
$$-\frac{9}{2}, -\frac{14}{3}, -\frac{19}{4}, -\frac{23}{5}, -\frac{28}{6}$$

-22

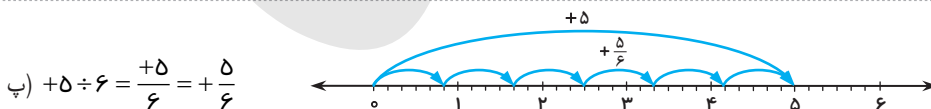


$$\text{الف)} -4 \div 5 = \frac{-4}{5} = -\frac{4}{5}$$

-23



$$\text{ب)} -3 \div 7 = \frac{-3}{7} = -\frac{3}{7}$$



$$\text{پ)} +5 \div 6 = \frac{+5}{6} = +\frac{5}{6}$$

۲۴- روش اول: ابتدا گرفتن مخرج مشترک بین هر دو کسر و سپس باتوجه به صورت و علامت کسرها، مقایسه انجام می‌پذیرد.

روش دوم: در عددهای کسری مثبت با صورت‌های مساوی کسری بزرگ‌تر است که مخرجش کوچک‌تر باشد. در عددهای کسری منفی با صورت‌های مساوی کسری بزرگ‌تر است که مخرجش بزرگ‌تر باشد. (توجه: در عددهای اعشاری، بعد از تبدیل به عدد کسری آنها را مقایسه می‌کنیم)

$$+\frac{11}{12} > +\frac{11}{35}$$

$$-\frac{11}{12} < -\frac{11}{35}$$

$$+\frac{10}{47} < +\frac{10}{28}$$

$$-\frac{10}{47} > -\frac{10}{28}$$

$$+\frac{2}{5} = \frac{20}{100} = \frac{2}{10} < \frac{20}{100} = \frac{2}{10} = \frac{200}{1000} = 2$$

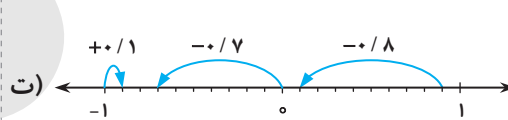
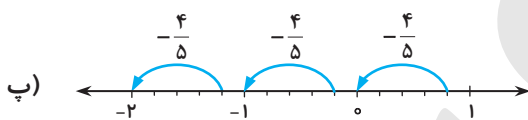
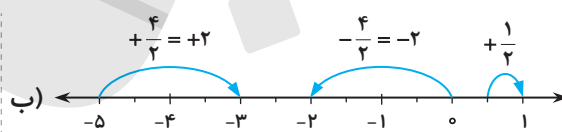
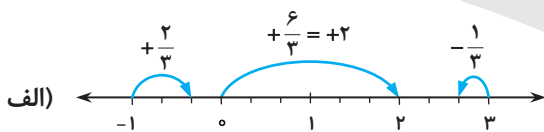
$$-\frac{2}{5} = -\frac{20}{100} = -\frac{2}{10} > -\frac{20}{100} = -\frac{2}{10} = -\frac{200}{1000} = -2$$

درس سوم: جمع و تفریق عددهای گویا

آموزش

روی محور عددهای گویا می‌توان برای هر عدد گویا یک حرکت رسم کرد، یعنی باتوجه به مخرج عدد، واحدها را تقسیم‌بندی می‌کنیم. علامت عدد گویا تعیین‌کننده جهت حرکت است. (مثبت یعنی حرکت به سمت راست و منفی یعنی حرکت به سمت چپ) صورت عدد گویا مشخص می‌کند که اندازه حرکت چند بخش (قسمت) است. (معمولاً ابتدای حرکت، نقطه صفر می‌باشد)

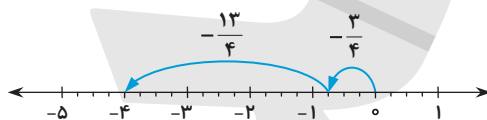
مثال: حرکت‌های انجام شده چه عددی را نشان می‌دهند؟



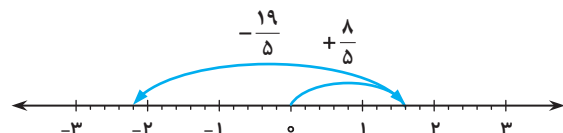
همه قوانین ذکر شده در مورد جمع و تفریق متناظر حرکت‌های روی محور اعداد صحیح نیز برای اعداد گویا برقرار است. اگر دو یا چند حرکت به صورت متوالی (پشت سرهم) روی محور اتفاق بیفتد و حرکت اول از صفر آغاز شود، نقطه انتهایی آخرین حرکت، حاصل جمع اعداد متناظر حرکت‌ها می‌باشد.

مثال: حاصل جمع‌های زیر را به کمک محور به دست آورید.

الف) $-\frac{3}{4} + (-\frac{13}{4}) = -\frac{16}{4} = -4$



ب) $+\frac{8}{5} + (-\frac{19}{5}) = -\frac{11}{5} = -2\frac{1}{5}$



تفریق اعداد گویا

مانند عددهای صحیح می‌توان تفریق عددهای گویا را به جمع تبدیل کرد.

$$(\frac{a}{b}) - (\frac{c}{d}) = (\frac{a}{b}) + (-\frac{c}{d})$$

